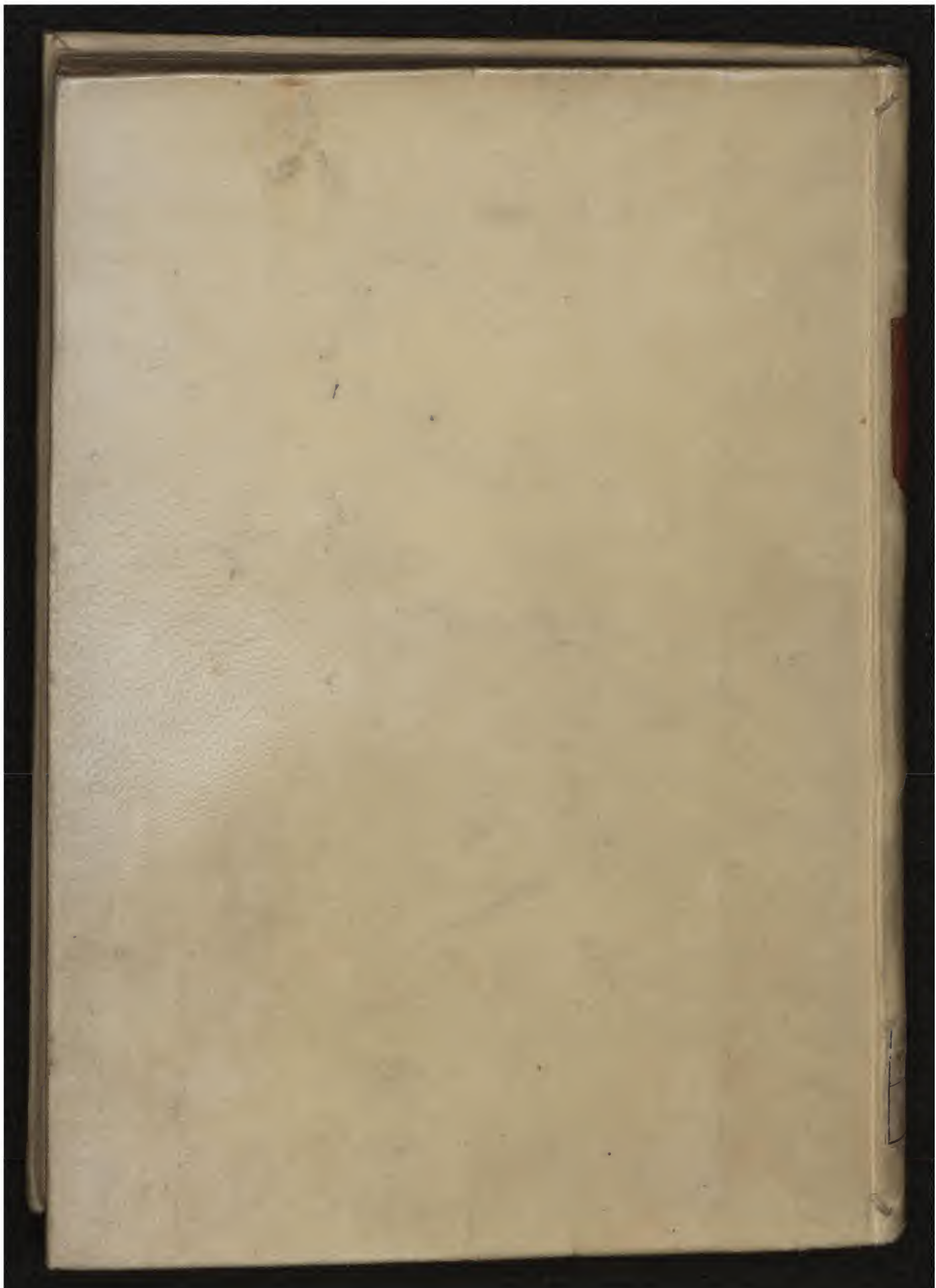




Early European Books, Copyright © 2010 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
Postillati 12





Early European Books, Copyright © 2010 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
Postillati 12

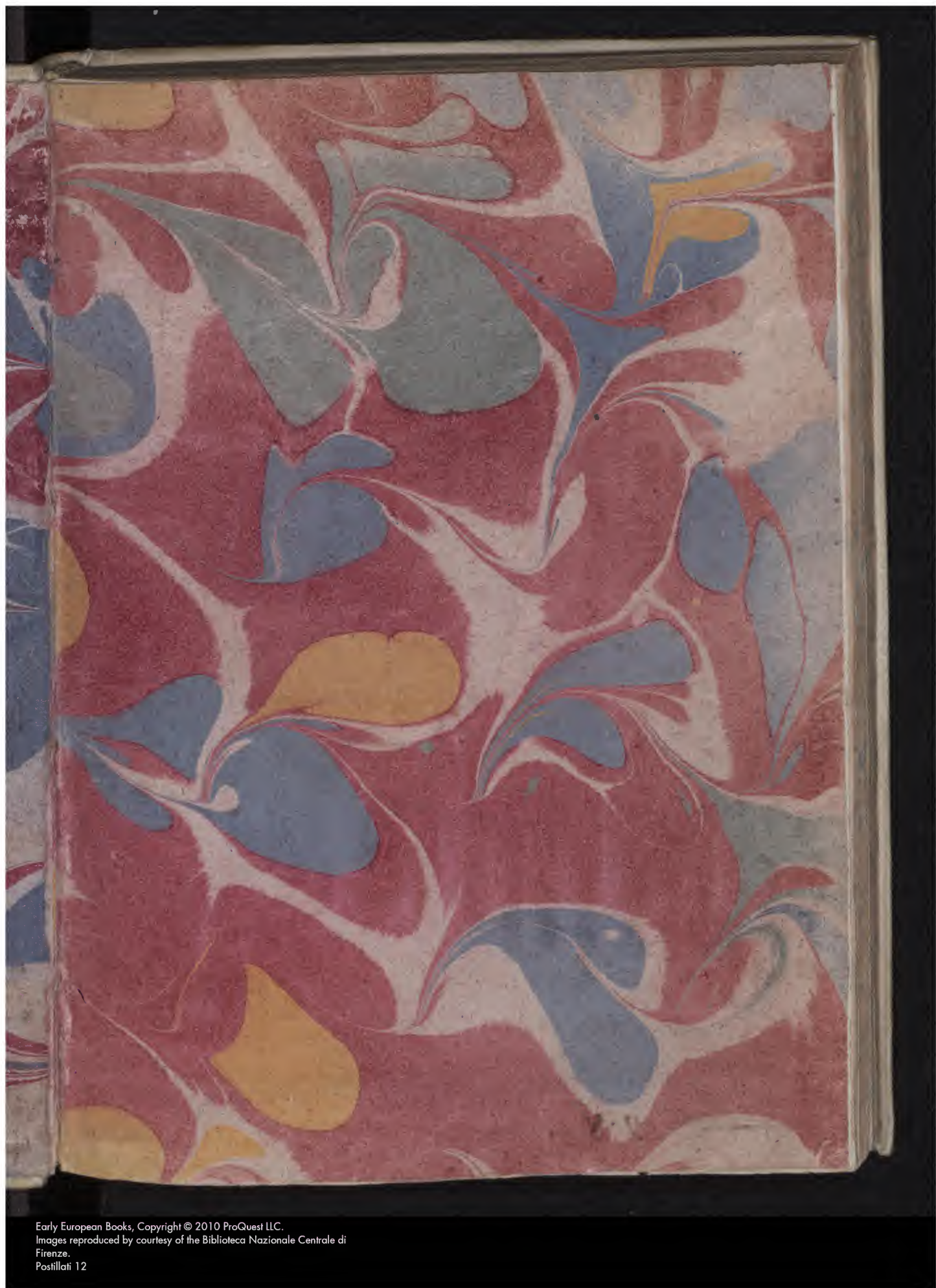


Early European Books, Copyright © 2010 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
Postillati 12



Early European Books, Copyright © 2010 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
Postillati 12





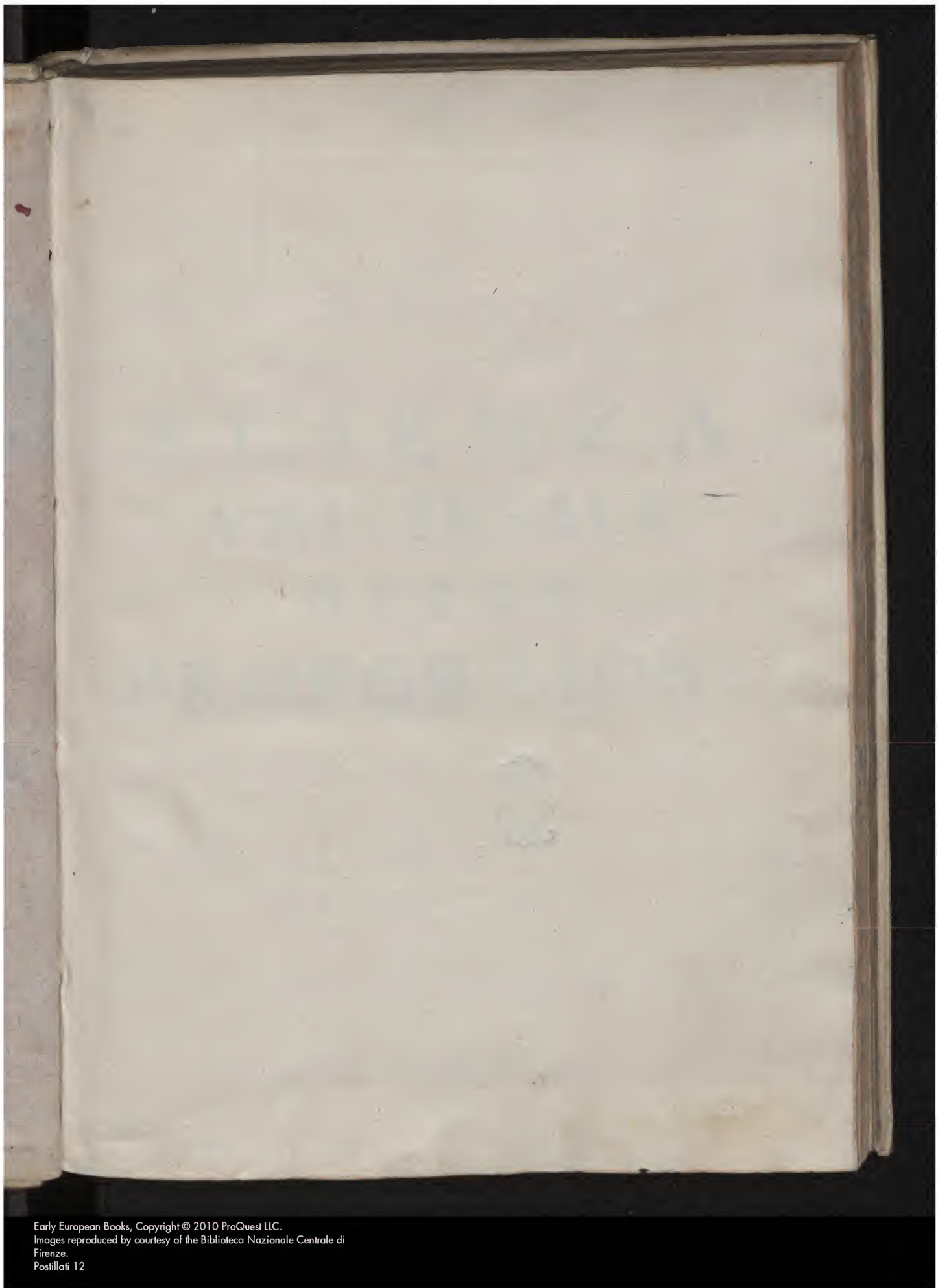
Trattato Postillati -

12



19. y. 3.

269





SCIENZA
VNIVERSALE
DELLE
PROPORZIONI.

SCIENTIA
UNIVERSALE
DELLE
PROPORZIONI

QVINTO LIBRO
DEGLI ELEMENTI
D' EVCLIDE,

O V V E R O

SCIENZA VNIVERSALE
DELLE PROPORZIONI

SPIEGATA COLLA DOTTRINA

DEL GALILEO,

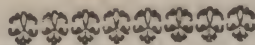
*Con nuov'ordine difesa, e per la prima volta pubblicata
da Vincenzio Viviani ultimo suo Discepolo.*

Aggiuntevi cose varie, e del GALILEO, e del TORRICELLI;
I Ragguagli dell' ultime Opere loro, con altro,
che dall' Indice si manifesta.

MA ALL' ALTEZZA SERENISS. E REVERENDISS. *MA*

DEL SIGNOR

PRINCIPE CARDINALE
DE' MEDICI.



Leopoldo Viviani
IN FIRENZE, Alla Condotta. M.DC.LXXIV. *Con licenza de' Sup.*

SERENISSIMO
E REVEREND.^{MO} SIGNORE.



EL presentare all' ALTEZZA
VOSTRA questa piccol Opera,
non posso non ricorrere al con-
cetto usitatissimo dagli Scrittori
esprimente, a niun altro poterli
dedicare i lor Libri, che a chi essi
eleggono di dedicargli. Vero è
che quello, che a molti suggerisce l'adulazione, a me
lo detta la verità, e la giustizia, la quale m' obbliga
a restituir nelle mani di V. A. quel frammento Mate-
matico del Gran Galileo, che già dalle medesime io
ricevei. Questo, insieme con altre cose di lui beni-
gnamente somministratemi dall' A. V. mi à porto ma-
teria di far il presente nuovo disteso del quinto Li-
bro d'Euclide, e di altre curiose notizie attenenti in
particolare all' ultime Opere dal medesimo Galileo
meditate. Spero che V. A. non sia per isdegnarne il
principale argomento, contuttochè quasi improprio,
come d'Elementi, al suo grand'Intelletto profundato
nelle cognizioni più nobili, perchè, trattandosi di
Proporzioni, anche i principi devon esser considerati
per una delle più essenziali parti, e più degne della
Geometria, la quale, dall' A. V. così altamente posse-
duta come in altri generosamente favorita, fa che
molto bene le sia noto che se co' soli Elementi de'

primi quattro Libri si volesse rilevar qualche cosa nelle Matematiche, nient' altro si farebbe che disegnar nella polvere, senza arrivar mai a formar nulla di consistente, e di massiccio. La Scienza delle Proporzioni (siami lecito dir così) è quell'Vmidò, che legando'nsieme il resto della materia la prepara, e la condiziona ad ogni più esquisito lavoro, abilitandola a pigliar qualunque forma di gran rilievo. Di quì è che tanti celebri Matematici, conoscendo l'importanza di essa, tentarono per varie vie di renderla esente da ogni dubbiezza, e che fino un Galileo, occupato nelle sue più peregrine speculazioni, la stimò non disdicevole oggetto alla sua industriosa applicazione, il che poi diede animo ancora a me d'impiegarvi intorno qualche tempo, e fatica per ridurla nella forma che quì si vede. Resta ch'io supplichi umilmente l'A. V. che nel gradire, per quella poca parte ch'io v'abbia, questo piccol tributo del mio reverente ossequio, si compiaccia di riconoscervi ancora quello dell'Autore, il quale, siccome mi assicuro ch'è si sarebbe sommamente pregiato di ottenerla per Protettore di tutto ciò che di lui ò qui voluto indirizzarle, così godo che in questa mia elezione conseguisca da me suo Discepolo un nuovo pegno della mia affettuosa gratitudine. E quì all' ALTEZZA VOSTRA m'inchino profondamente. Di Firenze il dì 10. d'Agosto 1674.

Di V. A. R.

Umilissimo Servitore
Vincenzio Viviani.

NOBILI GEOMETRI PRINCIPIANTI.

QUESTA volta, fuor dell'usato stile degli Scrittori, io m'era persuaso di passarmela senza Proemio col supposto che'l detto, & avvertito da me sparsamente in quest'opera potessi dispensarmi dal darvene innanzi più distinta notizia, la quale ò poi per convenevole riconosciuta, e per necessaria.

SONO già scorsi venticinque anni che dal SERENISS. E REVERENDISS. SIGNOR PRINCIPE CARDINAL LEOPOLDO DE' MEDICI, io fui onorato d'una Scrittura intitolata Principio della quinta Giornata del Galileo, presentatagli poco prima da Evangelista Torricelli, l'uno, e l'altro a bastanza celebre al Mondo per la sublimità delle loro altissime speculazioni. Di questa, ch'era di mano di esso Torricelli, (con tutto che del suo contenuto io avessi anticipata notizia) così imperfetta com'era, e quale qui vedrete, con permissione dell' ALTEZZA SUA io mi presi copia. Conteneva Dimostrazioni del Galileo delle Definizioni quinta, e settima del quinto Libro d'Euclide, siccome de' conversi loro, spettanti tutte alle grandezze tanto proporzionali, che non proporzionali, colle quali dimostrazioni pretese il Galileo d'aver rimosse le difficoltà, che incontrar sogliono i Principianti in dover ammetter per definizioni quelle, che più tosto paiono Teoremi da dimostrarsi. E perchè in tale Scrittura vien detto che, posti simili fondamenti, si sarebbe potuto poi compendiare in parte, e riordinare tutto 'l quinto Libro d'Euclide, ritrovandomi alcuni anni sono per grave indisposizione della mia testa affatto inabile a più ardue contemplazioni, mi posi a riformare, e a distendere su le medesime Dimostrazioni del Galileo questa SCIENZA UNIVERSALE DELLE PROPORZIONI, alla qual Opera, divertitone allora da altro affare, per appagare il desiderio di un Cavalier mio amorevol Signore, e della Geometria, non men che dell'ingenuità innamorato, ò dato ora fine, DIO lodato, col miglior ordine, e modo che ò saputo. Nè di questo

io

io mi son contento, che ò voluto ancora, col resto, che quì vedrete, e che grato al certo vi sarà, pubblicarla sotto i benigni auspici di S. A. R. (a cui per ogni conto io dovevo indirizzarla) sì per assicurare al mio Galileo le sue proprie Dimostrazioni, che con qualche pericolo erano andate in volta già son molti anni, sì per farle comuni a Voi bramosi d'incamminarvi senz'intoppo per la via Elementare d'una Scienza così importante quale è questa delle Proporzioni, la quale per mio avviso, à tanta parte nell'invenzioni Matematiche, quanta, per avventura, in virtù di suo proprio rivolgimento, e col maschil vigore di sua calorifica luce se ne abbia il Sole, Anima del suo nobil Sistema, nell'universalità delle cose, ch'ei con mirabili, e incognite Proporzioni v'è in esso perpetuamente operando.

QUELLO poi ch'io mi senta della validità della presente maniera del Galileo, in comparazione delle tenute da altri Autori, i quali per altre vie an tentato, e con somma lode, di render più chiara questa Scienza, io, veramente, essendo i paragoni mai sempre odiosi, non ardirei pronunziare; oltre che tutto ciò ch'io adduceffi a favor di questa, ch' non ne facesse riscontro potrebbe forse pigliarlo come da Discepolo appassionato verso 'l Maestro. Non posso già contenermi di commendare quello di plausibile, che à in sè questo modo, e forse più di qualch' altro, che è l'applisar le sue dimostrazioni con assoluta considerazione a qualunque genere di grandezze, come fa Euclide, & il confarsi quasi in tutto con esso, senza introdurre novità maggiore che nelle Definizioni, e nel far Teoremi dimostrati quegli, che, come principi noti, vengono supposti da Euclide stesso, e dagli altri Geometri suoi Seguaci, il che poi è quel solo che in tale Scienza pareva da desiderarsi, sfuggendosi nel rimanente la confusione per ch' v'è studiando gli altri Autori, i quali, e nel citare, e nel dimostrare all'ordine del quinto Libro si riferiscono: Che se quì m'è occorso variarlo in parte, o per comodità di provar le cose avvenire, o per facilitare, o per abbreviar il Trattato, vi ò anche riparato col porre nel Margine, ed ancora in piè di ciascuna Proposizione
il

il numero, al quale corrispondono quelle del medesimo Euclide.
E per dare a ciascuno il dover suo, vi ò notato in oltre di
chi sia 'l modo, col qual io ne ò distesa la prova.

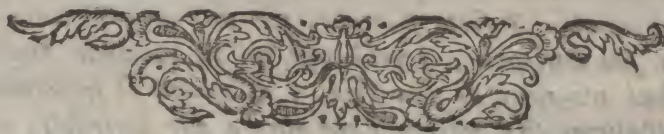
L'occasione, o più tosto la necessità di congiugnere a questa
Scienza, l'altre cose, che le vengono appresso (fra le quali assai
curioso è il Racconto che fa il proprio Galileo dell'Opere che
per ultimo egli aveva in animo di scrivere, oltre alle già pub-
blicate) contentatevi di saperla a luoghi loro nel passar da
uno ad'un altro argomento, che tal maniera da me tenuta
penso non sia per riuscirvi men comoda, o meno opportuna, e
perciò dell'usata non men gradita.

O' Scritto nella lingua della mia nobil Patria, prima per con-
formarmi al disteso della predetta quinta Giornata, e poi per
non lasciar dal canto mio d'andar addomesticando alla Tosca-
na favella anche i termini meno usati della Geometria, seguen-
do 'n ciò il medesimo Galileo, e gli Scrittori d'altre Nazio-
ni, che in oggi, nelle materie eziandio scientifiche, si vagliono
quasi tutti della propria lingua materna.

FORSE alcuno vi sarà che m'attribuirà a soverchia ambi-
zione il palesarmi in fronte di quest'Opera per ultimo Di-
scipolo del Galileo; ma però molti più saranno quei, che me
n'invidieranno. Il fatto s'è che, per mia gran ventura, io son
l'ultimo suo Discipolo, perchè egli mi fu continuo Maestro per
gli ultimi tre anni di sua Vita, e di quanti ci trovammo pre-
senti all'ultimo suo respiro, (che oltre a due Sacerdoti, v'inter-
uennero il Torricelli, il Dottor Vincenzio Galilei suo figliuolo,
e gli altri di sua Casa) io solo, (benchè l'ultimo, nell'esser-
mene approfittato) sono a tutti sopravvissuto, e quasi anche rima-
sto l'ultimo di quanti più intimamente lo praticarono. E però,
come tale, colla pubblicazione de' presenti suoi scritti intendo
per ora far noto al Mondo, che (quantunque non sia possi-
bile offerire non solo a DIO, o a' Genitori, ma nè pure al
Maestro, retribuzione ch'equivaglia al prezzo de' ricevuti bene-
fici) io non trascurò occasione di soddisfar in parte al de-
bito di ben grato Discipolo col dar luce, e vita a preziosi, e
vene-

Venerabili avanzi di non più vulgate speculazioni del gran Galileo mio reverito Maestro, siccome io non tralascerò mai di onorare l'incontrastabil fama di cotan' Uomo anche per mezi in ogni conto eccedenti le deboli forze mie, col tentare in varie guise d'alleggerirmi dal peso immenso degli obblighi da me dovuti à i dotti, prudenti, ed amoreuoli insegnamenti di quel S. pientissimo Vecchio, le di cui ammirabili scoperte, e ne' Cieli, e nella Natura serviranno di chiara, & infallibile scorta a tutta la saggia Posterità.

„ GRADISCA in tanto quella grand' Anima al cuor mio sem-
„ pre venerabile questo pubblico monumento del mio non mai
morro amore: e Voi novelli Geometri gradite l'ardente zelo che
ò di assiduamente giovarvi, mentre io, ripigliando i miei propri
Studi, m'ingnerò, mercè la BONTÀ DIVINA, di farvi vedere
un giorno ch'io non passo mia vita del tutto in ozio, e che
regnano in me sentimenti di gratitudine verso chiunque s'è com-
piaciuto di più che generosamente beneficarmi.



INDICE

INDICE

DEL CONTENUTO NELLA PRESENTE

O P E R A .

- I. **Q**UINTO Libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle Proporzioni spiegata colla Dottrina del Galileo, con nuovo ordine distesa, e per la prima volta pubblicata da V.V. a Fac. I.
- II. **PRINCIPIO** della quinta Giornata del Galileo da aggiugnersi alle quattro stampate delle due nuove Scienze della Meccanica, e de' Movimenti Locali. a F. 61.
- III. **CAPITOLI** di lettere del Galileo ad un Letterato Francese, per i quali egli dà notizia dell'Opere, che per ultimo meditava di scrivere, oltre alle già pubblicate. a F. 79.
- IV. **RAGGVAGLIO** di V.V. intorno alle sopraddette Opere del Galileo. a F. 86. e 99.
- V. **DIGRESSIONE** di V.V. in esortazione allo studio della Geometria. a F. 89.
- VI. **PARERE** del Galileo intorno all'angolo del contatto. a F. 107.
- VII. **PROPOSIZIONI XXVII. e XXVIII.** del sesto Libro d'Euclide dimostrate congiuntamente dal Torricelli. a F. 114.

* 4

VIII. RAG-

- VIII. *RAGGVAGLIO* intorno all'ultime Opere Matematiche del Torricelli compreso in una lettera del Sig. Dottor Lodovico Serenai Esecutore Testamentario del medesimo Torricelli. a F. 117.
- IX. *ALCUNE* Aggiunte di V.V. al primo Libro d'Euclide.
- X. *SENTIMENTI* d'Autori Illustri intorno all'Eccellenza, e all'Vtilità della Geometria.



QVINTO

ma-
Sig.
del
17.
Eu-
Ec-

QVINTO LIBRO
DEGLI ELEMENTI D'EVCLIDE,
OVVERO
SCIENZA VNIVERSALE
DELLE PROPORZIONI.

✽
D I F I N I Z I O N I.

I.

GRANDEZZE OMOGENEE s'intendon quelle, che
son tra loro d'un medesimo genere.
Cioè quelle, alle quali si convien una stessa defini-
zion generale della lor quantità, o estensione.

PER esempio (tra le quantità così continue, come disgiunte) tut-
te le linee in generale, siccome tutte le superficie, tutti i cor-
pi, tutte le velocità, tutti i momenti, tutte le forze assolute, tutti
i tempi, tutti i numeri, &c. son grandezze omogenee, perche sot-
to la general definizione della linea cadono tutte le linee, tanto la
retta, che la curva, o che la mista, ancorchè poste in un medesimo,
o n diversi piani; e sotto la definizione generale della superficie ca-
dono tanto la superficie piana, che la concava, o che la mista, &c.
e così intendasi d'ogn'altro genere di grandezze.

II.

TRA due grandezze omogenee, e terminate disuguali: *Disin. 2 del V.
lib. d'Eucl.*
la maggiore si dice *MULTIPLICE* della minore, quando
la minore presa più volte pareggia, e misura appunto la
maggiore.

A

PARTE

III.

*Defin. 3. del V.
lib. d'Eucl.*

PARTE, o **SYMMULTIPLICE**, cioè sottomultiplice si dice la minore di due grandezze omogenee, terminate, e disuguali, che moltiplicata più volte misura appunto la maggiore.

QUESTA, con voce forse troppo generale, da Euclide si chiama parte, ma però meglio da altri è detta parte aliquota, a differenza dell'altra detta parte aliquanta, la quale è quella grandezza minore, che replicata non misura precisamente la maggiore, e che negli Elementi de' numeri è da Euclide chiamata PARTI.

IV.

Dal P. Clavio.

LE grandezze di qualunque genere dicansi **EGVALMENTE MULTIPlici** delle loro omogenee, quando quelle contengan queste egual numero di volte.

V.

*Defin. 3. e 4.
del V. libro
d'Eucl. più
largamente
spiegata.*

PROPORZIONE, detta in latino indifferentemente con le voci, e *Proportio*, e *Ratio* (che forse più propriamente sarebbe detta *Relatio*) è quella scambievole relazione, o ragione, che anno insieme due grandezze omogenee terminate, per quanto s'appartiene alla lor quantità, o continua, o disgiunta.

E le grandezze, o le quantità, fra le quali si fa tal paragone, si dicono i **TERMINI** della proporzione.

CIOE' Proporzione altro non è, che quell'unica convenienza, ovvero quell'unico riguardo, o paragone, o rispetto, o relazione determinata, e particolare, che à una quantità terminata vers' un'altra a se omogenea, e terminata in quanto quella è uguale, o per quanto ell'è maggiore, o minor' di questa; Poichè non si dà proporzione, o relazione tra due grandezze omogenee, se non tra quelle, che moltiplicate possono avanzarsi, le quali poi sono solamente le grandezze omogenee terminate: Siccome non si può far paragone tra due grandezze omogenee infinite, nè similmente tra una finita, ed un'altra di quantità realmente infinita.

PRO-

.VI.

PROPORZIONI SIMILI fra le quantità (che anco si dicono indifferentemente proporzioni uguali, e proporzioni medesime) cioè fra la prima, e la seconda, e fra la terza, e la quarta intendansi allora, quando la prima grandezza, essendo per esempio uguale, o moltiplice, o summultiplice della seconda, anco la terza sia eguale, o altrettante volte moltiplice, o summultiplice della quarta. Et anco quando la prima contenendo la seconda più volte, e di più qualche parte aliquota di essa seconda, anco la terza contenga la quarta altrettante volte con altra simil parte aliquota di essa quarta. Siccome quando la prima essendo contenuta più volte dalla seconda con qualche avanzo, anco la terza dalla quarta sia contenuta altrettante volte, e con altro simile avanzo. Cioè finalmente quando la prima non sia niente maggiore, nè minor del bisogno, per avere alla seconda rispetto, o relazione simile a quella che à la terza verso la quarta. Che è il medesimo che dire. Quando la differenza tra la prima, e la seconda sarà simile alla differenza, che è tra la terza, e la quarta, allora queste due relazioni, o rispetti, o proporzioni dicansi proporzioni simili, o medesime, o eguali, come più aggrada. E questa maniera di spiegare le proporzioni simili tanto s'adatta alle quantità continue, che alle disgiunte, le quali son quelle, che si possono esprimer co' numeri.

*Defn. 5. del V.
lib. d' Euclid.
spiegata altrimenti col Gal.*

VII.

GRANDEZZE, O QUANTITÀ PROPORZIONALI, dicansi i termini delle proporzioni simili.

*Defn. 6. del V.
lib. d' Eucl.*

CIOE quando la proporzione che è tra la prima, e la seconda grandezza, sarà simile alla proporzione, che è tra la terza, e la quarta nel modo sopra dichiarato, allora questi termini primo, e secondo, terzo, e quarto dicansi grandezze proporzionali.

A 2

DI

VIII.

*Defin. 7. del V.
lib. d'Eucl.
spiegata altri-
menti col Ga-
lileo.*

DI due Proporzioni, quella della prima grandezza verso la seconda dicasi *PROPORZIONE MAGGIORE* di quella della terza verso la quarta: Cioè dicasi la prima alla seconda aver maggior proporzione, che la terza alla quarta, quando la prima farà alquanto maggior del bisogno, acciocchè la proporzione d'essa prima verso la seconda sia simile alla proporzione della terza verso la quarta.

IX.

*Def. 8. e 9. del V.
lib. d'Eucl.
spiegata più
largamente.*

ANALOGIA, altrimenti detta *PROPORZIONALITÀ*, è la simiglianza di più Proporzioni tra grandezze proporzionali, e omogenee, o pur anco di generi differenti.

COME per esempio se la proporzione, o'l rispetto che è fra due linee sarà simile al rispetto che è fra due altre linee, o al rispetto fra due superficie, o fra due corpi, o fra due numeri, &c. questa tal simiglianza di rispetti, o di proporzioni, dicasi *Analogia*, o *Proporzionalità*.

*Defin. 9. del V.
lib. d'Eucl.*

E notifi che l'*Analogia*, o *Proporzionalità* non può consistere in meno ch' in tre termini di grandezze, ma però omogenee; come sarebbe ne' termini di tre linee, di tre corpi, di tre velocità, di tre numeri, &c. quando cioè il primo termine al secondo à *Proporzio-
ne simile a quella che à il secondo al terzo.*

X.

ANALOGIA, o *PROPORZIONALITÀ CONTINUA*, si chiama quando, nella comparazione di tre, o di quattro, o di più termini di grandezze omogenee, e proporzionali, que' di mezzo si prendono due volte, servendo ciascuno prima di termine conseguente di una proporzione, e poi di termine antecedente dell'altra simil proporzione, che le succede: cioè, quando il primo termine al secondo sta come 'l secondo al terzo, e come 'l terzo al quarto, e così continuando fino all'ultimo termine, chiamandosi tutti *2 VANTITÀ CONTINUE PROPORZIONALI*.

ANA-

XI.

ANALOGIA, O PROPORZIONALITÀ DISCONTINUA, O DISGIUNTA si chiama quando, fra due, o tre, o quattro, o più coppie di Proporzioni simili tra quantità omogenee, o pure anco tra grandezze a due a due di generi differenti, i termini de' simili rispetti si paragonano a coppia a coppia talmente che niuno mai de' termini conseguenti d'una Proporzione serva d'antecedente all'altra simile, che le consegue.

CHE sarà, quando il primo termine al secondo starà come 'l terzo al quarto, e come 'l quinto al sesto, e così sempre, &c.

LE due seguenti definizioni, perche son poste da Euclide nel suo quinto libro, benché non abbiano uso prima che nel sesto, essendo bisognose di qualche dichiarazione si porranno qui non ostante.

XII.

NELL' Analogia, o Proporzionalità continua, la prima quantità all'ultima si dice aver proporzione tante volte moltiplicata della proporzione della prima grandezza alla seconda, quant'è 'l numero delle proporzioni, che cadono fra termini estremi.

*Defn. 10 e 11.
del V. libro
d'Eucl. più
chiaramente
spiegate.*

E così, essendo tre grandezze continue proporzionali, la prima alla terza si dirà aver duplicata proporzione di quella che è la prima verso la seconda: E di quattro quantità continue proporzionali, la prima alla quarta si dirà aver proporzione triplicata pur della prima proporzione tra la prima, e la seconda, e similmente la prima alla quinta proporzione quadruplicata della medesima prima proporzione, e così sempre; Che altro non vuol dire, se non che tra la proporzione della prima alla terza cadono due proporzioni della prima alla seconda; e tra la proporzione della prima alla quarta ne cadon tre; similmente tra quelle della prima alla quinta cadon quattro proporzioni, e sempre di quelle della prima alla seconda, perchè tutte l'altre si danno simili a questa.

GRAN-

XIII.

*Defin. 12 del
I. lib. d'Eucl.
più argamen-
te spiegata*

GRANDEZZE OMOLOGHE, ovvero **CORRISPONDENTI** s'intendon, nelle Proporzioni simili, i termini antecedenti fra loro, & i conseguenti fra loro.

CIOE' se la proporzione della grandezza A verso b sarà simile alla proporzione della grandezza C verso d, i termini antecedenti A, C, siccome i conseguenti b, d, si dicono omologhi fra loro, cioè che l'antecedente A della prima proporzione corrisponde all'antecedente C della seconda, e che 'l conseguente b della prima corrisponde nell'ordine al conseguente d della medesima seconda Proporzione.

IL rimanente delle definizioni premesse da Euclide nel quinto lib. si porranno in questo dov'esse avranno uso, in quella guisa che fece l'ammirabil Geometra Evangelista Torricelli nel suo Trattato delle Proporzioni (com' apparisce dalle copie, che egli medesimo ne diede fuori) e com' anco fece dipoi il Dottore Gio: Alfonso Borelli Insigne Filosofo, e celebratissimo Matematico dello Studio Pisano, nel dottissimo, ed utilissimo suo Compendio degli Elementi d'Euclide.

XIV.

QUANDO faranno due, o tre, o quattro, o più proporzioni in continui termini omogenei, per esempio negli A, b, C, d; la proporzione che è tra il primo termine A, e l'ultimo d, si dirà **PROPORZIONE COMPOSTA** di tutte queste date proporzioni, cioè della proporzione, che è tra A, e b; di quella che è tra b, e C, e di quella che è tra C, e d.

CHE altro non vuol dire se non che tra la proporzione della prima A alla quarta d vi mediano quelle tre altre proporzioni uniche, e determinate, per mezzo delle quali si forma per necessità quella tal determinata proporzione fra l'estreme A, d.

QUESTA definizione non è in Euclide, ma è ben usata così da esso nel sesto libro, & altrove, siccome da tutti gl'altri Geometri, e Matematici; e l'ho posta qui perchè m' occorre valermene qualche volta in questo Trattato. Se altri ne desidera più diffusa dichiarazione, la troverà verso'l fine del Dialogo del Galileo qui congiunto.

QVAN-

XV.

QUANDO si dirà, o si proporrà di provare ch' una proporzione ignota fra due grandezze omogenee è composta di due altre, o di tre, o di più note proporzioni, che sieno date in termini dello stesso, o pur di differenti generi, altro non si dovrà intendere, nè altro si vorrà provare se non che ridotte le note proporzioni in quali si sieno termini omogenei continuati [se però in tali non fossero date prima] la proporzione ignota è la medesima, o simile alla proporzione, che è tra'l primo, e l'ultimo de' medesimi presi termini continuati. E questo è uno de' mezzi, per cui l'ignote proporzioni rendonsi note.

QUESTA Definizione similmente non si trova in Euclide: ma perchè in tal significato, egli, & ogn'altro sempre se n'è valso, e l'esperienza m'ha dimostrato che molti de' Principianti sogliono incontrar difficoltà in concepirla, non riuscirà loro infruttuoso l'addurre in questo luogo alcune Proposizioni delle più Elementari attenenti a piani, a solidi, alle velocità, e a momenti, che son dimostrate per tal via da varj Geometri, e Meccanici, affinchè, allora quando col proseguir gli Studj, v' arriveranno, sovvenga loro d'osservare in esse, come in effetto tal definizione vien praticata quivi precisamente nel modo che sopra s'è avvertito.

E le conclusioni sopraccennate sono le seguenti.

I.

„ AEQVIANGVLA Parallelogramma inter se rationem habent
 „ eam, quæ ex rationibus laterum componitur; Nempe ex ra-
 „ tione unius lateris primi parallelogrammi ad unum latus secun-
 „ di, & ex ratione reliqui lateris primi ad reliquum secundi.

QUESTO Teorema è d'Euclide la Prop. 23. del sesto libro.

II.

„ TRIANGVLA & Parallelogramma inter se proportionem
 „ habent compositam ex proportionem basium, & ex proportionem
 „ altitudinum.

QUESTO

QUESTO Teorema è del Comandino, aggiunto alla Prop. 23. del sesto libro.

III.

„ CYLINDRI, & Coni proportionem habent compositam ex
„ proportione basium, & ex proportione altitudinum.

QUESTO è pure del Comandino la Proposizione ottava delle sue aggiunte nel Comento del Trattato d'Archimede delle Conoidi, e delle Sferoidi.

IV.

„ SI duo mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen ve-
„ locitate, spatia temporibus æqualibus ab ipsis peracta, habe-
„ bunt rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ra-
„ tione temporum.

QUESTO Teorema è del Galileo la Proposizione quarta del moto equabile.

V.

„ QVORVMCVMQVE gravium à quibuscumque distantijs su-
„ spensorum momenta sunt in ratione composita ex ratione di-
„ stantiarum, & ex ratione gravitatum.

QUESTO Teorema fu dimostrato dall' Acutissimo Matematico il Pa- dre Buonaventura Cavalieri, e da lui stampato nell'anno 1647. alla Proposizione 6. della sua quinta Esercitazione Geometrica; benchè di tal conclusione si fosse prima servito un tal Giovann' Anton' Rocca insigne Geometra, e Discipolo di detto Padre, in un suo proprio Lemma Meccanico, il quale fu poi riferito dal Torricelli in piè della Proposizione 18. delle sue Quadrature della Parabola, con protestarsi quivi da Uomo ingenuo, e avanti, e dopo, che tal Lemma non era suo, ma di esso Rocca. Lo riferì ancora il detto P. Cavalieri nella sua terza Esercitazione à faccie 231. Ma però questa medesima conclusione, è Teorema quinto, molto prima era noto al nostro Galileo, come apparisce da quel suo Teorema Meccanico nel Trattato delle Resistenze, premesso come Lemma al Problema, che propone.

„ DATO il peso massimo retto dal mezzo d' un Cilindro, o
„ Prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggior
„ di quello, trovare nel detto Cilindro il punto, nel quale
„ il dato peso maggiore sia retto come peso massimo.

DOVE

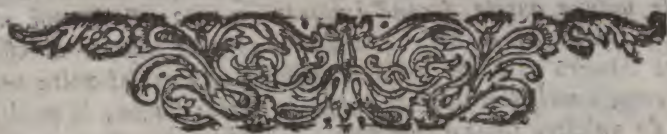
DOVE manifestamente si riconosce tal quinta conclusione, ed ancora il mezzo per dimostrarla: oltrechè appresso ogni Geometra è ormai regola trita, universale, e sicura (quando ella venga intesa colle debite circostanze) che,

RATIO homogenearum magnitudinum ab homogeneis magnitudinibus numero æqualibus productarum componitur ex rationibus, quæ sunt inter homonymas magnitudines producentes.

E chi si prenderà cura d' esaminare ciascuno degli addotti esempi, ed ogn' altro simile, troverà che tutti vengono compresi dal suddetto general Teorema, il quale (se questo ne fosse l' luogo) potrebbe anco facilmente dimostrarsi.

Ma tanto basti avere avvertito intorno al modo di considerare le Proporzioni ignote, quando si vuol provare ch' elleno sien composte d' altre note Proporzioni.

zioni.



B

DELLA

DELLA DIVISIONE
DELLE PROPORZIONI.

AFFINCHE' nel presente Trattato delle Proporzioni si abbiano di queste le notizie più principali, con la maggior breuità che possibil sia spiegherò qui il significato d'alcun'altri nomi soliti usarsi dagli Autori nel maneggio delle medesime proporzioni.

SOPRA a numero 5. assai chiaramente fu definito ciò che assolutamente intender si debba per proporzione tra due grandezze omogenee, sì nella quantità continua, come nella disgiunta.

Ma qui notisi prima, che delle quantità, o grandezze, altre son fra loro commensurabili, altre incommensurabili.

I. QUANTITÀ fra loro commensurabili son quelle, che son multiple d'un'altra, o che anno di comune una medesima parte aliquota, cioè, che precisamente misura l'una, e l'altra secondo qualche numero.

PER esempio. Una linea di 25. palmi, e una di 10. diconsi grandezze, o quantità fra loro commensurabili, perchè ciascuna di loro è multiplice di una di 5. palmi, cioè l'una, e l'altra è misurata da questa di 5. che è parte aliquota di ciascuna di loro, entrando 'l 5. appunto 5. volte nel 25. e due volte appunto nel 10. E tal linea di 5. palmi si dice la comune misura di quelle di 25. e di 10. Siccome è commensurabile una linea di palmi 27. con una di 12. perchè esse anno per comune misura una lor parte aliquota, che è di tre palmi, la quale misura quelle second' i numeri 9. e 3. E diconsi ancora commensurabili fra di loro quando la comune misura di esse entra qualche numero di volte nella maggiore, ed una sol volta nella minore; come sono la linea di 10. palmi, e quella d' uno, le quali son misurate da un'altra linea d'un palmo. Sicchè i numeri sono quantità fra loro commensurabili, perchè almeno l'unità gli misura tutti. E però

Quantità commensurabili fra loro son quelle grandezze omogenee che si possono esprimer co' numeri.

II. QUANTITÀ incommensurabili fra loro quelle s' intendono, fra le quali non si dà mai parte aliquota comune, cioè che le misuri amendue.

QUALI per esempio sono, di qualunque quadrato, il diametro, e'l lato, fra le qua' linee (come prova Euclide nell'ultima del suo X. libro) non si può mai trovar una terza, o assegnar una parte loro

loro, benchè minima, che sia aliquota d'amendue, la quale cioè, misurando l'una secondo qualche numero, misuri anco l'altra secondo altro numero per appunto; e per tanto.

INCOMMENSURABILI fra loro son quelle grandezze omogenee, che non si possono esprimere, o rappresentare insieme co' numeri.

ORA, trattandosi in genere delle Proporzioni fra due grandezze omogenee, altra si dice Proporzione razionale, altra irrazionale.

III. Proporzion razionale, è quel rispetto, o relazione che è fra due grandezze commensurabili tra loro, cioè quella proporzione, che si può ridurre fra due numeri, come di 10. a 8, di 20. a 3, di 7. a 12, di 30. a 10. di 15. a 1. &c.

IV. PROPORZIONE irrazionale, è quella relazione che è tra due grandezze incommensurabili, cioè quella, la quale con due numeri esprimere non si può.

E per tanto fra le quantità disgiunte, cioè fra numeri, si dà solamente la proporzione razionale; ma fra le quantità continue si dà, e la razionale, e l'irrazionale.

IN oltre generalmente, così la proporzione razionale come l'irrazionale si divide in proporzione d'uguaglià, ed in proporzione di inuguaglià, o di disuguaglià.

V. PROPORZIONE d'uguaglià è quel paragone che si fa tra due grandezze uguali fra di loro.

VI. PROPORZIONE di disuguaglià è il paragone fra due grandezze disuguali.

QUESTA pur si divide in due altre, cioè in proporzione di maggior disuguaglià, e in proporzione di minor disuguaglià.

VII. LA prima, quando la proporzione, che si considera, è della grandezza maggiore verso la minore.

VIII. LA seconda, quand' ella è della minore verso la maggiore.

MA tralasciando le proporzioni irrazionali, che son riservate al Decimo Libro, e considerando solamente le razionali, è da sapersi, che quelle di maggior disuguaglià si distinguono in 5. generi, de quali i primi tre sono semplici, e rimanenti composti.

IL primo genere è quello della proporzione detta Multiplice. Il secondo della Superparticolare. Il terzo della Superparziente. Il quarto della Multiplice superparticolare. Ed il quinto della Multiplice superparziente.

IN, altrettanti, anzi ne' medesimi generi si divide la proporzione razionale di minor disugualità, mentre però s'aggiunga a lor nomi la voce sotto, dicendo, Summultiplice, Sussuperparticolare, Sussuperparziente, Summultiplice sussuperparticolare, e Summultiplice sussuperparziente.

IX. TRA' generi semplici, la proporzion razionale di maggiore disugualità, detta moltiplice è, quand' un numero maggiore contien più volte un minore, ed il minore misura appunto 'l maggiore. E così il 12. al 4. è proporzione moltiplice, perchè 'l 12. contiene 3. volte il 4. ed il 4. misura 'l 12. E similmente le proporzioni di 15. a 3. di 18. a 6. di 30. a 5. &c. si chiamano moltiplici, e quella del 12. al 4. dicesi tripla, del 15. al 3. quintupla, del 18. al 6. tripla, del 30. al 5. sestupla &c. La proporzione poi razionale di minor disugualità, cioè del minore al maggiore si chiama summultiplice, e quella del tre al 12. si dice suquadrupla. del tre al 15. suquintupla, del 6. al 18. sutripla &c.

X. LA proporzione razionale di maggior disugualità, detta superparticolare è, quando 'l maggior numero contiene una sol volta il minore, e di più una parte aliquota di esso minore: come 'l 6. al 4. dicesi aver proporzione superparticolare contenendo 'l 6. una volta 'l 4. & avanzandone due, che è parte aliquota di 4. e tal proporzione di 6. a 4. dicesi sesquialtera, che vuol dire che 'l 6. contiene 'l 4. una volta e mezzo; e l' 8. al 6. è proporzione sesquiterza, cioè l' 8. contiene 'l 6. una volta e un terzo; & il 10. all' 8. è proporzione sesquiquarta, contenendo il 10. l' 8. una volta e un quarto, e così degli altri. La proporzione poi razionale di minor disugualità si dice Sussuperparticolare, chiamandosi quella di 4. a 6. sussesquialtera, di 6. a 8. sussesquiterza, di 8. a 10. sussesquiquarta &c.

XI. LA proporzione razionale di maggior disugualità, detta superparziente è, quando 'l maggior numero contiene una sol volta 'l minore, e di più avanza parti del minore, cioè una parte non aliquota; E così 5. a 3. è proporzione superparziente, contenendosi dal 5. il 3. una sol volta, e avanzandogli 2. che è parti del 3. & questa proporzione si chiama superbiparziente terza; quella di 20. a 11. supernonaparziente undecima; di 11. a 7. superquartaparziente settima; di 13. a 8. superquintaparziente ottava, e così dell'altre di questo genere &c. All'incontro il minor numero al maggiore, si dice aver proporzione sussuperparziente, e così quella di 3. a 5. chiamasi sussuperbiparziente terza; di 11. a 20. sussupernonaparziente undecima &c. e così d'ogn'altra simile &c.

XII. TRA'

XII. TRA' generi composti, la proporzione razionale di maggior disugualità, detta *multiplice superparticolare* è, quando 'l maggior numero contien più volte 'l minore, e gli avanza una parte aliquota dello stesso minore. Ond' è che 'l 20. al 6. si dice aver proporzione *multiplice superparticolare*, contenendo 'l 20. 3. volte 'l 6. ed avanzandogli 2. che è parte aliquota di 6. e questa si nomina *triplesesquiterza*, che vuol dire che 'l 20. contiene 'l 6. 3. volte, e un *terzera*; il 18. all' 8. l' à *duplasesquiquarta*; il 22. al 4. l' à *quintuplasesquialtera*; il 10. al 4. *dupla sesquialtera*; il 17. al 8. *dupla sesquioctava* &c. Per lo contrario la proporzione del minore al maggiore di questi termini è detta *sussuperparticolare*, denominando le sopradette proporzioni coll'aggiunta della preposizione sotto.

XIII. FINALMENTE, la proporzion razionale di maggior disugualità detta *multiplice superparziente* è, quando 'l maggior numero contien più volte 'l minore, e gli avanza parti dello stesso minore, cioè parte non aliquota. E per tanto 11. a 3. à proporzion *multiplice superparziente*, contenendo l' 11. il 3. tre volte, e avanzandogli 2. che è parti di 3. e questa dicesi *tripla superbiparziente terza*; quella di 16. a 6. *dupla superquartaparziente sesta*; di 8. a tre *dupla superbiparziente terza* &c. Queste proporzioni poi, quando sono del minor termine al maggiore, si denominano coll'aggiunta del sotto, come s'è detto dell'altra.

DELL' ANALOGIE, O PROPORZIONALITÀ' PRINCIPALI.

TRE, appresso gli Antichi Scrittori, sono l'*Analogie*, o le *Proporzionalità* più principalmente considerate, cioè. L'*Aritmetica*, la *Geometrica* (le quali si suddividono in *continue*, & in *disgiunte*) e la *Musica*, ovvero l'*Armonica*.

I. LA *Proporzionalità Aritmetica continua* è, quando tre, o più grandezze omogenee, differiscono tra di loro per uguali differenze: cioè, quando (essendo tre) la differenza tra la prima, e la seconda sia uguale alla differenza tra la seconda, e la terza (e questa più frequentemente si chiama *Medietà Aritmetica*) O pure quando (essendo più di tre) la differenza tra la prima e la seconda sia uguale alla differenza, che è tra la seconda, e la terza, e che è tra la terza, e la quarta, e tra la quarta, e la quinta &c.

DECON-

DISCONTINUA, o *disgiunta*, quando, essendo più coppie di grandezze a due a due omogenee, la differenza tra'l primo, e'l secondo è uguale alla differenza, tra'l terzo, e'l quarto, ed a quella tra'l quinto, e'l sesto.

II. *LA Proporzionalità Geometrica continua* è, quando tre, o più grandezze omogenee differiscono tra di loro con differenze proporzionali all'interie grandezze; cioè quando (essendo tre) la differenza tra la prima, e la seconda, alla differenza tra la seconda, e la terza, stia come la prima grandezza alla seconda, o come la seconda alla terza. E questa perlopiù dicesi *Medietà Geometrica*. O quando (essendo più di tre) la prima alla seconda stia come la seconda alla terza, e come la terza alla quarta.

DISCONTINUA, o *disgiunta*, quando, essendo più coppie di grandezze a due a due omogenee, la proporzione del primo termine al secondo sia simile a quella del terzo al quarto, e del quinto al sesto &c.

III. *LA Proporzionalità Musica*, ovvero *Medietà Armonica* è, quando, di tre grandezze continuamente disuguali, la differenza tra la prima, e la seconda alla differenza tra la seconda, e la terza stia come la prima grandezza alla terza, o quando le differenze tra le grandezze sieno proporzionali all'estreme.

MA, per definire in breve le suddette tre Medietà fra tre grandezze omogenee continuamente disuguali, si dirà che

I.

MEDIETA' Arimmetica è, quando la differenza tra la prima, e la seconda alla differenza tra la seconda, e la terza stia come la prima grandezza alla prima.

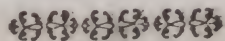
II.

MEDIETA' Geometrica, quando la prima differenza alla seconda stia come la prima grandezza alla seconda.

III.

MEDIETA' Armonica, quando la prima differenza alla seconda stia come la prima grandezza alla terza.

ASSIO-



A S S I O M I,
OVVERO COMVNI NOTIZIE.

I.

SE quattro grandezze saranno proporzionali, cioè che, in senso della sesta Definizione di questo Trattato, la prima alla seconda abbia la medesima proporzione, che la terza alla quarta; anco qualunque multiplice della prima alla seconda, avrà la stessa proporzione che l'egualmente multiplice della terza alla quarta. Cioè 3, o 4, o 7, o 10, &c. delle prime alla seconda staranno come 3, o 4, o 7, o 10, &c. delle terze alla quarta.

*Affirma sup-
posto dal Ga-
lileo.*

II.

SIMILMENTE, se la prima alla seconda starà come la terza alla quarta, anco la prima a qualunque multiplice della seconda starà come la terza all'egualmente multiplice della quarta. Cioè la prima a 4, o 9, o 20, &c. delle seconde starà come la terza a 4, o 9, o 20, &c. delle quarte.

*Supposto dal
Galileo.*

III.

LE grandezze omogenee uguali ad un'altra qualunque terza anno la medesima proporzione.

SICCOME la medesima terza grandezza all'eguali à la medesima proporzione.

*Supposto an-
cora dal Tor-
ricelli nel suo
Lib. delle Pro-
porzioni. Et è
la Propos. 7.
del V. d'Eucl.*

IV.

LE grandezze omogenee disuguali ad un'altra qualunque terza omogenea non anno la medesima relazione, o proporzione, ma diversa.

E la proporzione della maggior grandezza alla terza, in vigor dell'8. definizione, si dirà maggiore della proporzione della minor grandezza alla medesima terza.

*Supposto dal
Galileo, e an-
cora dal Tor-
ricelli nel des-
so suo libro.
Et è la prima
parte della
Prop 8. del V.
d'Euclide.*

SE

V.

*Questo è in
parte la Prop.
13. del V. di
Euclide.*

SE una di due proporzioni simili, cioè uguali, è uguale, o maggior, o minor d'una terza proporzione, l'altra ancora farà uguale, o maggior, o minor della medesima terza proporzione. E pel contrario.

SE una proporzione farà uguale, o maggior, o minor d'una di due proporzioni simili, la medesima farà ancora uguale, o maggior, o minor della rimanente proporzione.

IL presente Affioma corrisponde a quella comune notizia, la quale è, che, se una di due grandezze uguali, è uguale, o maggior o minor d'una terza, ancora l'altra sarà uguale, o maggior, o minor della medesima terza. Ed all'incontro,

SE una medesima terza sarà uguale, o maggior, o minor d'una di due altre, sarà anch' uguale, o maggior, o minor della rimanente.

VI.

*Affioma sup-
posto ancora
dal Torricelli
in detto suo
Libro delle
Proporzioni,
e' la Prop.
11. del V. di
Euclide.*

QUELLE proporzioni, che sono simili ad una medesima proporzione, son' anco simili fra di loro; ed all'incontro,

QUELLE proporzioni, alle quali è simile una medesima proporzione, sono simili fra di loro.

QUESTO corrisponde all' Affioma, che quelle grandezze, che son' uguali ad una medesima son' anco uguali fra loro.

E quelle, alle quali una medesima grandezza è uguale, pur fra loro son' uguali.

VII.

*Affioma sup-
posto ancora
dal Torricelli
nel detto suo
Libro Et è la
9. Propos. del
V. di Eucl.*

QUELLE grandezze, ch'ad una medesima grandezza an- no la medesima proporzione sono fra loro uguali; E pel contrario,

QUELLE grandezze, alle quali una medesima grandezza à la medesima proporzione similmente sono uguali fra loro.

SE

VIII.

SE la minor di due proporzioni disuguali farà maggior d'una terza proporzione, la maggior di esse due proporzioni farà molto maggior della medesima terza proporzione.

CORRISPONDE questo a quella notizia comune, che se la minor di due grandezze disuguali sarà maggior d'una terza grandezza, la maggior di esse due sarà molto maggior della medesima terza.

IX.

QUELLE proporzioni, che son composte delle medesime, o d'ugual numero di proporzioni simili, ciascuna a ciascuna, son le medesime, cioè simili fra di loro.

D O M A N D A.

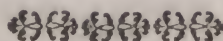
CONCEDASI che, date due grandezze omogenee terminate, qual proporzione à la prima grandezza alla seconda, tale possa averla la seconda ad una terza a quella omogenea. O pure che tale possa concepirsi averla una terza di qualunque genere ad un'altra quarta a se omogenea.

COME per esempio, che qual proporzione à una superficie ad una superficie, o un corpo ad un corpo, o una forza ad una forza, o un tempo ad un tempo, &c. tal possa immaginarsi che l'abbia quella seconda superficie ad una terza, o una terza superficie ad una quarta, o pure qualunque retta linea terminata ad un'altra, &c.

CIO' è stato ammesso, e continuamente praticato da Euclide, da Archimede, e da altri Matematici d'ogni Secolo, anzi dal nostro medesimo Galileo ne' suoi Dialoghi delle due nuove Scienze, come cose per lor medesime chiare, e facili da concedersi.

C

AVVERTI-



A V V E R T I M E N T I.

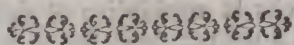
QU'è da notarsi, che questa Scienza elementare delle porzioni s'adatta indifferentemente, comunque occorra, alle grandezze commensurabili fra loro, ed all'incommensurabili, che son quelle, che poc'avanti si disfinirono.

IN oltre, che, nelle figure del presente Trattato, tutte le grandezze omogenee che si vedono espresse in linee, o in superficie, o in corpi, ciascuno può figurarsene rappresentar quali si sieno altre grandezze, o quantità omogenee, a beneplacito, come farebbero, di velocità, di tempi, di forze &c. comunque ne venga il bisogno; essendo chè (come si vedrà) niuna delle conclusioni qui dimostrate si restringa più ad un genere di grandezze, che ad un'altro; che però questa viene intitolata

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.



SCIEN-



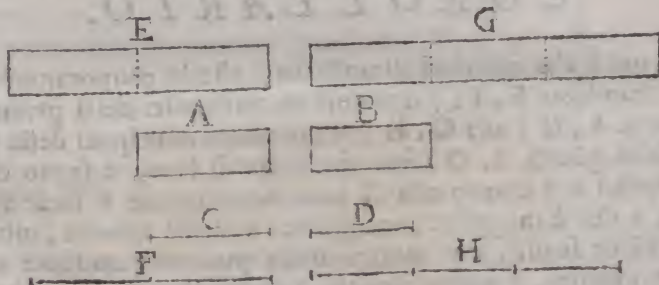
SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

PROPOSIZIONE I.

SE saranno quattro grandezze a due a due omogenee, e fra loro proporzionali, e si prendano l'ugualmente multipli della prima, e della terza secondo qualsivis numero, e l'ugualmente multipli della seconda, e della quarta, pur secondo qualunque numero, anco tali multipli saranno fra loro proporzionali.

*Prop. 4. del V.
degli Elementi.
dimostrata
col Galileo.*

SIENO date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, di qualunque genere (purchè a due a due sien tra loro omogenee) cioè, la prima A alla seconda B abbia proporzione simi-



le a quella della terza C, alla quarta D, secondo la dichiarata sesta definizione, e si prendano le E, F, ugualmente multipli della prima, e della terza A, C; e le G, H, ugualmente multipli della seconda, e della quarta B, D; sempre secondo qualunque numero di molteplicità. Dico che ancora queste multipli sono

*^a Defn. 6. di
questo Tratt.
^b Defn. 4.*

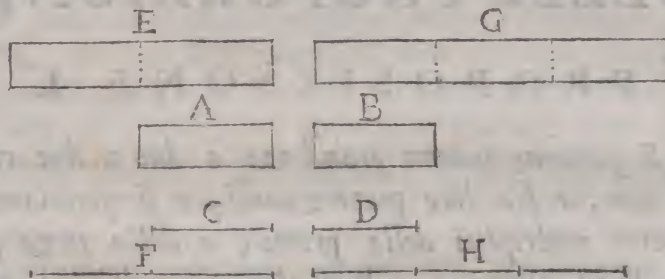
C 2

propor-

proporzionali; cioè che la multiplice E della prima alla multiplice G della seconda à proporzione simile a quella della multiplice F della terza alla multiplice H della quarta.

^a 1. *Affoma.*

IMPERCIOCCHE' essendo, per supposizione, come A a B, così C a D, sarà ancora come E multiplice di A a B così F ugualmente multiplice di C a D. Similmente, perchè ora s'è pro-



^b 2. *Affoma.*

vato, che siccome sta E a B, così sta F a D, sarà ancora come E a G multiplice di B, così F ad H ugualmente multiplice di D. Che è quello, che si propõe di dimostrare.

E così vien provata dal Galileo la 4. Prop. del V. d'Euclide.

COROLLARIO.

Converso della 5. defin. del V. degli Elementi dimostrato col Galileo.

Defin. 6. di questo.

DI qui è che essendosi dimostrato, che le proporzioni delle grandezze E, F, (ugualmente multipli della prima, e della terza A, C) alle G, H (ugualmente multipli della seconda, e della quarta B, D) sono simili fra di loro, è segno che se la multiplice E è uguale alla G anco la multiplice F sarà uguale alla H, e s'ell'è maggiore, maggiore, e s'ell'è minore, minore.

ONDE ne segue, che mentre tieno quattro grandezze a due a due omogenee, e proporzionali, sempre l'ugualmente multipli dell' antecedenti prima, e terza, s'accordano con l'ugualmente multipli delle conseguenti seconda, e quarta, in pareggiare, o in avanzare, o in mancare.

E così vien dimostrato dal Galileo il converso della 5. definizione del V. d'Euclide.

PROPOS.

PROPOS. II.

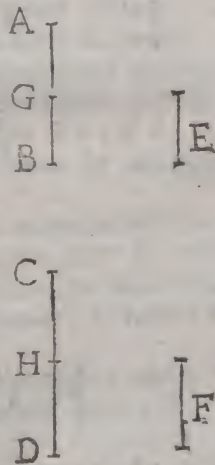
SE grandezze omogenee quante si vogliano saranno egualmente multipli d'altrettante, ciascuna di ciascuna, quante volte è multiplice una di una, altrettante ancora saranno multipli tutte insieme di tutte insieme.

Trop. 1. del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SIENO quante si vogliano grandezze omogenee AB , CD , &c. egualmente multipli d'altrettante E , F , &c. ciascuna di ciascuna, cioè sia la AB multiplice di E , e la CD egualmente multiplice di F , &c. Dico che quante volte è multiplice una di una, cioè la AB della E , altrettante è multiplice il composto delle AB , CD , del composto delle E , F .

POICHE' essendo AB multiplice di E , come la CD è multiplice di F , quante parti sono in AB uguali ad E , altrettante saranno in CD uguali ad F : e però divise le AB , CD nelle parti uguali alle loro summultipli, cioè nelle parti AG , GB , e nelle CH , HD , sarà il numero in AB uguale al numero in CD . E perchè AG è uguale ad E , e CH ad F , ancora le AG , CH prese insieme saranno uguali alle E , F , insieme prese. E per la medesima ragione, essendo GB uguale ad E , & HD ad F , ancora le GB , HD insieme prese saranno uguali alle predette E , F , insieme prese.

QVANTE dunque sono nella AB le parti uguali alla E , o nella CD l'uguali alla F , altrettante sono nell'insieme prese AB , CD l'uguali alle prese insieme E , F . Onde quante volte è multiplice la AB della E , o la CD della F , altrettante è multiplice la somma delle AB , CD della somma delle E , F . Et in simil maniera si continuerebbe la dimostrazione, quando oltre alle AB , CD fossero date altre simili quantità multipli d'altrettante secondo il nume-



** Defn. 4.*

numero della data multiplicità. Se dunque quante si vogliano grandezze omogenee saranno egualmente multipli d'altrettante, &c. Il che si dovea dimostrare.

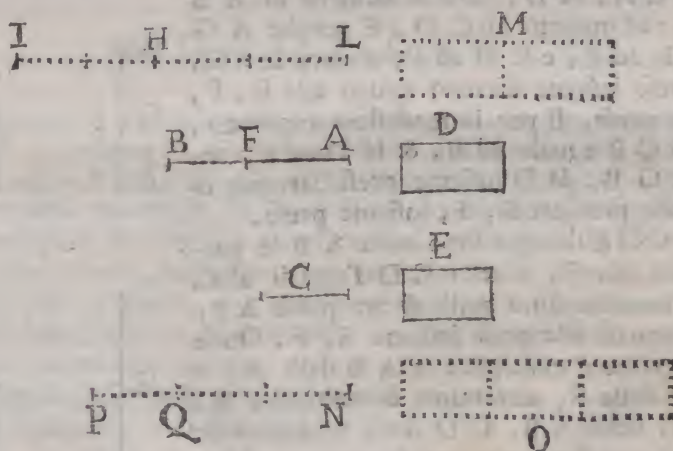
E questa è la prova d'Euclide della prima Propos. del V. Libro.

PROPOS. III.

Converso della 7. di fin del V. degli Elem. dimostrato col Galileo, ma alquanto variato nella costruzione.

DATE quattro grandezze a due a due omogenee, ma non proporzionali, e talmente che la prima alla seconda abbia maggior proporzione, che la terza alla quarta. E' possibile prender in qualche modo l'egualmente multipli della prima, e della terza, e della seconda, e della quarta, sicchè la moltiplice della prima superi quella della seconda, ma la moltiplice della terza non superi quella della quarta, anzi le sia minore.

PONGANSI le date quattro grandezze non proporzionali essere le A B, C, d'un medesimo qualunque genere, e le



D, E, similmente d'uno stesso qualunque genere, e sia la prima A B, alquanto maggior di quello, ch' ella dovrebbe essere, per aver

aver alla seconda C proporzione simile a quella, che à la terza D alla quarta E. Dico esservi modo di prender in certa particolar maniera l'ugualmente multipli della prima, e della terza, ed altre ugualmente multipli della seconda, e della quarta, sicchè quella della prima sia maggior di quella della seconda, ma quella della terza non sia altrimenti maggior di quella della quarta, anzi le sia minore.

PER ottenere ciò, s'intenda esser levato dalla prima quantità A B quell'eccesso, che la fa esser maggior di quello ch'esser dovrebbe per avere a C la medesima proporzione, che à D ad E, e tale eccesso sia F B; Restaranno per tanto quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà simil proporzione che à la D alla E.

IN oltre si prendano delle parti B F, F A, l'ugualmente multipli I H, H L, con tali condizioni però, che la I H sia assolutamente maggior della seconda grandezza C, e che la H L sia non minore, cioè a dire, o uguale, o maggior della stessa C. (Il che potersi fare è manifesto, per esser i lor summultipli B F, F A, quantità dello stesso genere, e terminate; e perciò, quando col preso numero d'egual multiplicità delle B F, F A, mentre la multiplice H I è maggior di C, la multiplice H L non fosse uguale, o maggiore della medesima C, ma rimanesse ancor minore, certo è, che tanto si potrebbe crescere il numero di multiplicità, che la detta H L arrivasse ad esser non minor della C, ed allora tanto più la I H sarebbe maggior della stessa C, come ci fa di bisogno.) Pongasi dunque che in queste ugualmente multipli I H, H L si sieno adempite le suddette condizioni pretese; e quante volte esse sono multipli delle parti loro B F, F A, altrettante volte appunto s'intenda presa la grandezza M multiplice della terza grandezza D.

ET essendosi presa H L non minor di C, si multipli C tanto, che basti a superare H L, e sia tal multiplice la P N, cioè prossimamente maggior dell' H L, sicchè levandole una sola parte P Q dell' uguali alla C, resti Q N uguale, o minor di H L, ovvero H L uguale, o maggior di Q N.

PER ultimo, quante volte la NP s'è presa multiplice della seconda C, altrettante si ponga la O multiplice della quarta E.

ORA essendosi presa I H assolutamente maggior della C, ovvero della P Q, e la H L fatta uguale, o maggior della Q N, sarà tutta insieme la I L assolutamente maggiore di tutta la P N.

Il che si abbia a memoria.

E

^a Coroll. del-
la 1. Prop. di
questo.

E perchè le quattro grandezze AF , C , D , E , si ridussero proporzionali, e della prima AF e della terza D , si prefero le HL , M , ugualmente multipli; e della seconda C , e della quarta E , le ugualmente multipli PN , O , la multiplice M s'accorderà con la O , come ^a la HL con la PN ; ma la HL è minore della PN (perchè si prese PN multiplice di C , e prossimamente maggiore di HL) adunque anco la M sarà minore della O . Fin ora dunque si è provato, che IL è maggiore assolutamente di PN , e che M è minore di O .

^b Prop. 2.
di questo.

FINALMENTE, essendo IH multiplice di BF come è HL di FA , e come M di D , sarà il composto IL multiplice del composto BA come ^b HL di FA ; ovvero come M di D : sicchè IL & M sono ugualmente multipli delle grandezze date prima, e terza

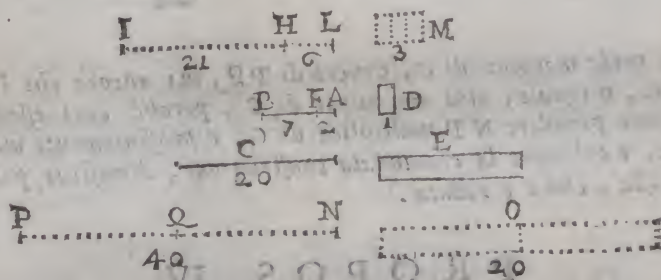


AB , D , & anco PN & O sono egualmente multipli dell'altre date seconda, e quarta C , E . Ma poco sopra dimostrammo IL maggiore della PN , e dipoi concludemmo la M esser minore della O ; adunque si è fatto vedere, che quando la prima grandezza AB è maggiore del bisogno per aver' alla seconda C proporzione simile a quella della terza D , alla quarta E , si può pigliare in qualche maniera l'ugualmente multipli IL , & M , delle AB , D , prima, e terza; e l'ugualmente multipli PN , & O , delle C , E , seconda, e quarta, che la multiplice della prima superi la multiplice della seconda, ma la multiplice della terza non superi la multiplice della quarta; poichè

che si è qui dimostrato, che HL supera N , ma che non già M supera O , anzi che è minore. Il che si propone per possibile a farsi.

E in tal maniera vien dimostrato dal Galileo il converso della 7. definizione del V. d'Euclide.

MA affinché nella passata proposizione si dimostrasse con ogni maggiore evidenza la possibilità di prender l'ugualmente multiplice della prima, e della terza grandezza, e quelle della seconda, e della quarta nella maniera proposta dal Galileo, e che avesse luogo, & uso la comandata costruzione di prendere la NP multiplice della seconda C in modo che sempre ella fosse prossimamente maggiore della HL (la qual fu presa tanto multiplice dell'avanzo AF , quanto IH dell'eccesso FB) stimai ben fatto variare alquanto la costruzione da quella, che nel seguente Dialogo del Galileo si vedrà distesa. Imperciocchè, se, dopo aver presa la IH multiplice dell'eccesso



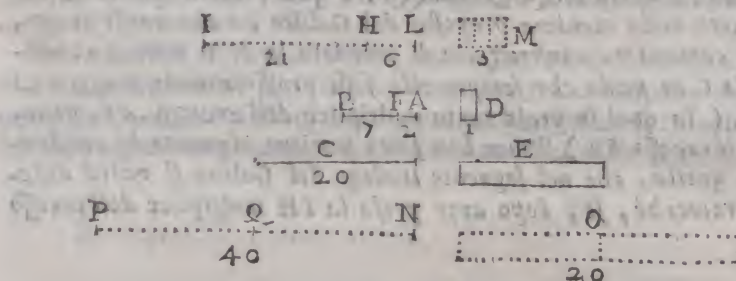
BF talmente che ella superi C , ne accadesse, com' in effetto accader può, che HL , presa altrettanto multiplice di FA , fosse non ostante minor di C , allora la minima multiplice di C , che è la dupla, anzi ogni grandezza eguale a C supererebbe HL , nè perciò vi sarebbe modo di pigliare la NP multiplice di C prossimamente maggiore di HL , dalla quale (tolta poi una parte PQ uguale a C) rimarrebbe QN uguale, o minore di HL . Perchè nel caso che la multiplice NP fosse dupla di C , tolta una parte PQ , vi resterebbe QN , che è uguale a C , ancor maggiore di HL : e nel caso che NP fusse uguale a C , toltane una parte non vi rimarrebbe cosa alcuna; che però dopo aver presa la IH multiplice di BF , e maggiore di C , non sempre si potrebbe continuare la dimostrazione con dire IH è maggiore di C ,

D

ovver-

ovvero di PQ , & HL è maggior di QN , adunque tutta IL è maggior di tutta PN ; perchè tal volta potrebb' anch' esser il composto IL uguale al composto PN , e tal volta minore, com' apparisce nell' esempio di questa figura.

A voler dunque concludere, com' è 'l bisogno, che tutta IL sia maggior di tutta PN è necessario, che non solo IH multiplice di



BF sia presa maggior di C , ovvero di PQ , ma ancora che HL sia maggiore, o eguale, cioè non minor di C , perchè così essendo, si potrà anco prendere NP multiplice di C , e prossimamente maggiore di HL , e col finire la comandata costruzione, dimostrar poi quivi la proposta, che s' è veduta.

PROPOS. IV.

7 *defin. del V.
degli Elementi,
cioè Con-
verso del Co-
rollar della
Prop. pr. di
questo dimo-
strato dal Ga-
lileo:*

SE, di quattro grandezze date a due a due omogenee, l' ugualmente multiplici dell' antecedenti prima, e terza prese secondo qualunque numero s'accorderanno sempre nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere l' ugualmente multiplici rispettivamente delle conseguenti seconda, e quarta, presi similmente secondo qualunque numero, tali grandezze saranno fra loro proporzionali.

SIENO le date grandezze A prima, e B seconda d'un medesimo qualunque genere, e C terza, e D quarta, pur tra loro

ro d'uno stesso qualunque genere, e delle A, C, s'intendano prese l'ugualmente moltiplici secondo qualsiasi numero, e delle B, D ancora l'ugualmente moltiplici secondo qualunque numero. Dico che se la moltiplice della grandezza A è sempre concorde colla moltiplice della B, come la moltiplice della C colla moltiplice della D nel pareggiare, o nel mancare, ovvero nell'ecedere; tali grandezze son tra loro proporzionali, cioè che A a B sta come C a D.

IMPERCIOCCHE', se è possibile, sieno non proporzionali. Adunque una dell' antecedenti sarà maggior di quel, che ella dovrebbe per avere alla sua conseguente proporzione simile a quella dell'altra antecedente alla sua conseguente.

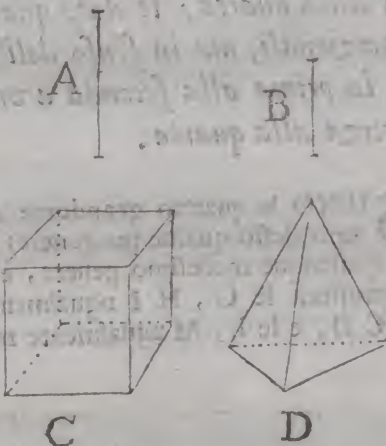
SIA per esempio l'antecedente A maggior del bisogno; adunque si potranno pigliare dell'antecedenti A, C, l'ugualmente moltiplici in una tal maniera, ed anco delle conseguenti B, D, nel modo insegnato che l'moltiplice di A sia maggior del moltiplice di B, ma il moltiplice di C non sia maggiore, anzi minore del moltiplice di D; ma questo è totalmente contro l'

supposto che è, che tali moltiplici sieno sempre concordi, &c. Adunque A non è maggior del bisogno; nè anco C, per le stesse ragioni. Onde A a B sta come C a D, cioè queste date grandezze son tra loro proporzionali. Il che bisognava dimostrare.

Ed in tal maniera vien provata dal Galileo, come Teorema, la 5. di finizione del V. d'Eucl. stimata fin'ora non aver in se l'evidenza degli altri principj Geometrici: onde per l'uso della definizione suddetta in alcune Proporzioni, sì di questo libro, come del sesto, dell'undecimo, e del duodecimo, & in altre ancora d'Archimede, di Tappo, e di tutti gli altri Geometri (che per dimostrare la proporzionalità fra quattro grandezze, si vagliono dell'ugualmente moltiplici) non dovranno gli Studiosi incontrar per l'avvenire alcuna difficoltà.

D 2

PRO-



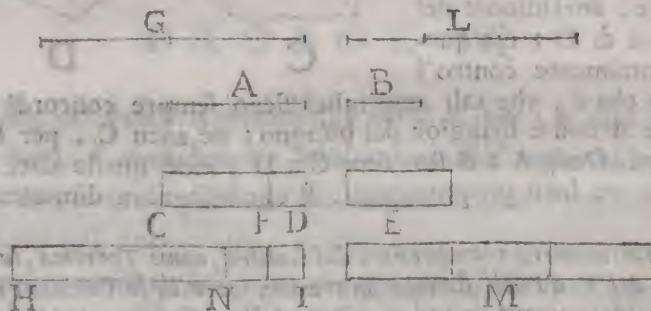
3. Prop.

PROPOS. V.

7 defin. del 7.
degli Elementi,
cioè Con-
verso della 3.
Prop. di que-
sto dimostrato
col Galileo.

SE, di quattro grandezze date, a due, a due omogenee, prese l'ugualmente multipli di dell' antecedenti prima, e terza secondo qualche numero, e prese in qualche maniera l'ugualmente multipli delle conseguenti seconda, e quarta, il multiplice della prima a vanzerà il multiplice della seconda, ma quel della terza non a vanzerà quel della quarta; le date quattro grandezze non saranno proporzionali, ma in senso dell'ottava definizione di questo, la prima alla seconda avrà maggior proporzione, che la terza alla quarta.

SIENO le quattro grandezze date A prima, e B seconda di uno stesso qualunque genere; C D terza, & E quarta pur di uno qualunque medesimo genere, e suppongasi che prese in qualche maniera le G, H I ugualmente multipli dell' antecedenti A, C D, e le L, M ugualmente multipli delle conseguenti B, E,



E, si trovi, che la G multiplice di A sia maggior della L multiplice di B, ma che la H L multiplice di C D non sia maggior della M multiplice di E. Dico che le A, B, C D, E, non sono proporzionali, ma che A a B à proporzione maggiore di C D ad E, cioè che, in senso dell'ottava definizione, A è maggiore di quello,

quello, che ella dovreb'esser per avere alla B la medesima proporzione, che à la CD alla E.

SE è possibile, non sia A maggior del dovere: Adunque o ella sarà precisamente proporzionale; o minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale con la B, come è la CD con la E, sempre l'ugualmente multipli della prima, e della terza sarebbero concordi ^a nel pareggiare, o nel mancare, ovvero nell'eccedere l'ugualmente multipli, della seconda, e della quarta; Ma esse non son concordi, conforme a che si è supposto, adunque queste date grandezze non son proporzionali.

^a Coroll. della prima Prop.

SIA ora la A minor del giusto, se possibile è, per avere alla B la medesima proporzione, che la CD alla E. Se questo è dunque, segno è che la terza CD è maggior del giusto per avere alla quarta D simil proporzione della prima A alla seconda B.

S'INTENDA per tanto levato dalla terza CD l'eccesso DF, che la fa essere maggior del giusto, talmente che la rimanente CF resti appunto proporzionale alla E, come è la A alla B: e dalla HI si prenda la HN multiplice della parte CF, quanto tutta la HI è multiplice di tutta la CD, ovvero quanta è la G multiplice della A; ma già sono le LM egualmente multipli delle B, E, e la CF alla E si dice stare come la A alla B, adunque la HN multiplice di CF s'accorderà ^b con la M multiplice di E, come la G multiplice di A con la L multiplice di B; ma G, per supposizione, supera L, adunque anco HN supera M, e la HI supera HN (perche CD summultiplice di HI è maggiore di CF summultiplice di HN) adunque tanto più HI supera M; il che è contro 'l supposto, che fu che G superasse L, & HI non superasse M. Non è dunque A minor del giusto per avere A a B la proporzione che à CD ad E; e sopra si dimostrò ancora essa A non esser proporzionale con la B, come è la CD con la E: adunque A necessariamente è maggiore del giusto, cioè, in senso della settima definizione di questo, A a B à maggior proporzione di CD ad E. Se adunque di quattro quantità date &c. Il che si dovea dimostrare.

^b Coroll. della prima Prop.

ED in tal guisa riman provata dal Galileo, come Teorema, la 7. defin. del V. d'Euclide, e rimossa la difficoltà che arrecava l'uso di essa nella Proposizione ottava del medesimo Libro.

PRO-

PROPOS. VI.

Seconda parte
della Prop. 8.
del V. degli
Elementi da
me dimostra-
ta.

VNA medesima grandezza alla minor di due altre omogenee disuguali, à maggior proporzione che alla maggiore.

SIENO due grandezze omogenee disuguali, A maggiore, B minore, e qualunque terza pur ad esse omogenea, C. Dico che la C alla B à maggior proporzione, che alla A.

INTENDASI altra D uguale alla C.

^a 3. *Affirma.*

AVRA' dunque A a D la medesima ^a proporzione che A a C.

^b 4. e 5. *Affirma.*

E perche A è data maggior di B, & è una C terza grandezza ad esse omogenea, avrà A a C, ovvero a D maggior ^b proporzione che B alla stessa C: e però delle A, B, come prima, e terza si potranno pigliar l'ugualmente multipli E, G, e delle D, C come seconda, e quarta l'ugualmente multipli F, H, talmente che ^c la moltiplice E superi la F, ma la G non superi la H, anzi le sia minore. Sia dunque ciò fatto.

^c Prop. 3.

E perche E supera F, e G è minor di H, sarà H maggior di G, & F minor di E: Sicchè considerate ora C come prima grandezza, B come seconda, D come terza, & A come quarta, essendosi prese le H, F, ugualmente multipli della prima, e della terza C, D, e le G, E, ugualmente multipli della seconda, e della quarta B, A, e provato che H moltiplice della prima C supera G moltiplice della seconda B, ma che F moltiplice della terza D è minore di E moltiplice della quarta A, avrà la prima C alla seconda B maggior ^d proporzione che la terza D alla quarta A; ma C e D sono uguali per costruzione, adunque la sola terza grandezza C alla minore B à maggior proporzione, che alla A. Il che si dovea dimostrare.

^d Prop. 5.

E questa è la seconda parte dell'ottava Propos. del V. d'Euclide da me dimostrata.

PRO-

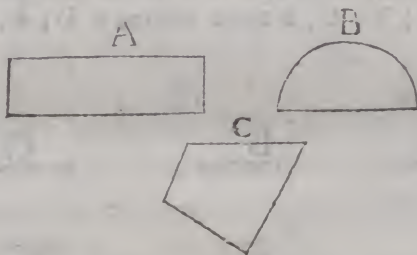
PROPOS. VII.

DI due grandezze, che anno proporzione ad una terza, quella che à maggior proporzione, è maggiore. E quella alla quale la terza à maggior proporzione, è minore.

Prop 10 degli Elementi dimostrata con Euclide, & è il còverso dell'8. defin. della 6. Prop. di questo.

ABBIA la grandezza A alla C maggior proporzione, che la B alla C. Dico che A è maggior di B. IMPERCIOCCHÉ se A non è maggior di B sarà uguale, o minore. S'ella fosse uguale, avrebbe * la A alla C la medesima proporzione, che la B alla medesima C, ma essa l'à maggiore pe' l' supposto, adunque non è A uguale a B.

* 3. Assioma di questo.



SE fosse minore A di B, avrebbe * A a C minor proporzione, che B a C, ma l'à maggiore, pe' l' supposto, adunque A non è minor di B: E si è provato non esser uguale, ond'ell'è maggior di B per necessità.

* 4. Assioma.

ABBIA in oltre C a B maggior proporzione che ad A. Dico che B è minor di A.

IMPERCIOCCHÉ se B non fosse minor di A, o sarebbe uguale, o maggiore. Se uguale, avrebbe * C a B la medesima proporzione della stessa C ad A, ma l'à maggiore, per il dato, dunque non è B uguale ad A.

* 3. Assioma:

SE fosse B maggior di A, avrebbe * C a B minor proporzione che ad A, ma l'à maggiore, pe' l' supposto, non è dunque B maggior di A, non è anco uguale ad A, come poco sopra si è dimostrato, e però B è necessariamente minor di A. Il che bisognava provare

* 6. Prop.

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 10. del V.

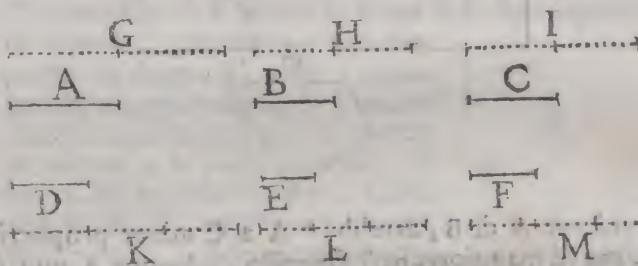
PROP.

P R O P O S. VIII.

Prop. 12. del
V. degli Ele-
menti dimo-
strata con Eu-
clide.

SE, tra le grandezze omogenee, quante si vogliano antecedenti saranno proporzionali ad altrettante conseguenti, ciascuna di ciascuna; come è una dell'antecedenti alla sua conseguente, così saranno tutte l'antecedenti insieme a tutte insieme le loro conseguenti.

SIENO tra le grandezze omogenee quante si vogliano antecedenti A, B, C, con altrettante conseguenti D, E, F, e ciascuna di ciascuna sia nella medesima proporzione, cioè sia A a D, come B ad E, e come C ad F. Dico che la proporzione di una ad una, per esempio di A a D è simile alla proporzione di tutte insieme le A, B, C, a tutte insieme le D, E, F.



PRENDANSI le G, H, I, ugualmente multipli quanto si vuole delle A, B, C, e le K, L, M, in qualunque modo pur ugualmente multipli delle D, E, F.

Coroll. della
prima Prop.

PERCHE dunque A a B sta come B ad E, e delle A, B, sono le G, H, ugualmente multipli, siccome delle D, E, sono ugualmente multipli le K, L, si accorderà la G con la K, come la H con la L in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi. Per le medesime ragioni sarà concorde N con L come I con M, e per tanto s'accorderanno tutte insieme con tutte insieme, come una con una, cioè se G è uguale a K, ancora le G, H, I insieme prese faranno uguali alle K, L, M insieme prese, e se G è maggior di K, anco l'insieme G, H, I faranno maggiori dell'insieme

fieme K, L, M , e se è minore, minore. Ma essendo G multiplice di A , come H di B , e come I di C ; la sola G sarà multiplice della sola A , come la somma G, H, I della somma A, B, C ; e per la stessa ragione la K sarà multiplice della D , come la somma K, L, M della somma D, E, F : ed ora s'è provato che G multiplice di A , s'accorda con K multiplice di D in quel modo che la somma G, H, I multiplice della somma A, B, C s'accorda con la somma K, L, M multiplice della somma D, E, F , adunque la grandezza A alla D sta come la somma A, B, C alla somma D, E, F . Onde se grandezze omogenee quante si vogliano faranno proporzionali ad altrettante, la proporzione che è tra una delle antecedenti alla sua conseguente sarà simile alla proporzione che è tra tutte l'antecedenti insieme a tutte insieme le conseguenti. Il che bisognava dimostrare.

Prop. 2.

Prop. 4.

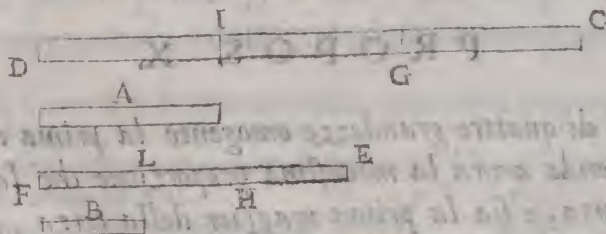
E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 12. del V.

PROPOS. IX.

LE grandezze omogenee anno tra loro la medesima proporzione delle loro ugualmente multiplici: Cioè LE parti stanno fra loro come le ugualmente multiplici.

Prop. 15. del V. Libro degli Elementi dimostrata con Euclide,

DELLE grandezze omogenee A, B , sia la DC multiplice della A , come la FE della B . Dico che DC ad FE sta come A a B .

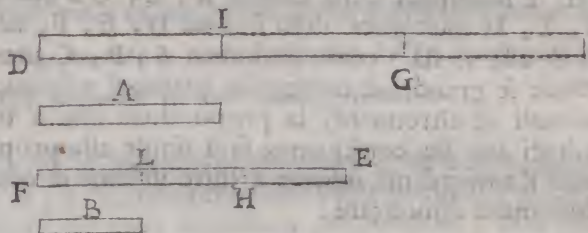


IMPERCIOCCHE' essendo DC multiplice di A come FE di B , dividendo le DC, FE nelle parti uguali alle A, B , tante parti faranno nella DC uguali ad A , quante nella FE uguali

^a 3. *Affirma.*

^b *Prop. 8.*

guali a B. Sieno per tanto le parti in D C le D I, I G, G C, & in F E sieno le F L, L H, H E. Essendo dunque ciascuna delle D I, I G, G C uguali ad A saranno quelle uguali tra loro, siccome tutte le F L, L H, H E, tra loro uguali: e però come D I ad F L, così ^a farà I G. ad L H, e così G C ad H E; e come una dell' antecedenti ad una delle conseguenti, così ^b tutte a.



tutte. Onde come D I ad F L, ovvero come A a B così starà D C multiplice di A. ad F E ugualmente multiplice di B. Adunque le grandezze omogenee summultiplici sono nella medesima proporzione delle loro ugualmente moltiplici. Il che si dovea dimostrare.

E questa è la prova d'Euclide della Prop. 15. del V. degli Elementi, la quale fors'anco si poteva senza scrupolo riporre fra gli *Affimi*, essendo per se stesso manifesto, che qual proporzione, o rispetto, o relazione à la prima di due grandezze omogenee verso la seconda, tale l'anno due delle prime verso due delle seconde, e tale tre verso tre, e venti verso venti, &c.

PROPOS. X.

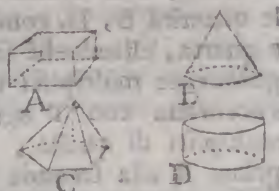
Prop. 14. del V. degli Elem. dimostrata con Euclide.

SE di quattro grandezze omogenee la prima alla seconda avrà la medesima proporzione che la terza alla quarta, e sia la prima maggior della terza, anco la seconda sarà maggior della quarta, e se è uguale, uguale, e se è minore, minore.

SIENO

SIENO quattro grandezze omogenee A, B, C, D, e la prima A alla seconda B sia come la terza C alla quarta D, e sia la prima A maggiore della terza C. Dico che anco la seconda B è maggiore della quarta D; e che se è uguale, uguale; e se è minore, minore.

POICHÉ, se a A sarà maggior di C, avrà A a B maggior * proporzione che la C alla medesima B, ma come l' A alla B così fu data C a D, adunque anco C a D à maggior * proporzione della medesima C alla B, e però D è minor ^b di B, cioè B maggiore di D.



* 4. Axioma.

* 5. Axioma.

b 7. Prop.

MA se A sarà uguale a C, avrà l' A alla B la medesima * proporzione della C alla stessa B, ma come A a B, così sta C a D, pe'l supposto, adunque anco C a D à la medesima * proporzione della stessa C alla B: Onde la D è uguale ^a alla B, cioè la B alla D.

c 3. Axioma.

d 5. Axioma.

e 3. Axioma.

f 4. Axioma.

SE finalmente A sarà minor di C, avrà l' A alla B minor * proporzione della C alla medesima B, ma come A a B, così fu posta esser C a D, adunque anco C a D à minor proporzione ^e della stessa C alla B, sicchè D è maggior ^b di B, cioè la B minor della D. Se dunque di quattro grandezze omogenee la prima alla seconda, &c. Il che si dovea dimostrare.

g 5. Axioma.

h Prop. 6.

E questa è la prova d' Euclide della Prop. 14. del V. libro.

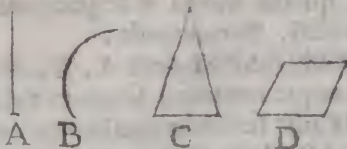
PROPOS. XI.

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno proporzionali, e convertendole saranno proporzionali.

SIA come A a B d'un medesimo qualunque genere, così C a D pur di un solo qualunque genere. Dico che anco B ad A sta come D a C.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Convertendo.*

ESSENDOSI dimostrato * che di queste quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, sempre quali si siano ugualmente multi-



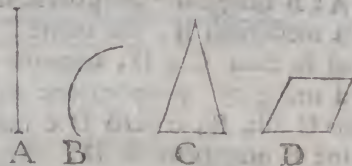
E 2

plici

Coroll. della
4. Prop. del
V. degli Ele-
menti dimo-
strato con Eu-
clide.

* Coroll della
prima Prop.

plici della prima, e della terza A, C, s'accordano con quali si sieno ugualmente moltiplici della seconda, e della quarta B, D, in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi; è manifesto, che queste medesime moltiplici prese conversamente si accordano ancor sempre in mancare, o in avanzare, o in pareggiarsi. E però considerando le quantità B, D, come prima, e terza, e le A, C, come seconda, e quarta, essendochè sempre l'ugualmente moltiplici di quelle s'accordan con l'ugualmente moltiplici di queste, avrà la prima B alla seconda A la medesima proporzione che la terza D alla quarta C. Laonde se quattro grandezze a due a due omogenee son proporzionali, prese al contrario, ovvero *Convertendo* saranno ancora proporzionali. Il che bisognava dimostrare.



** 4. Prop.*

E questa è la prova d'Euclide del Corollario della Prop. 10. del V.

PROPOS. XII.

Prop. 16. del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

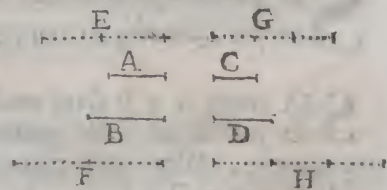
SE quattro grandezze omogenee saranno proporzionali, ancora permutandole saranno proporzionali.

SIENO le date quattro grandezze omogenee proporzionali A, B, C, D, cioè stia l'antecedente A al suo conseguente B, come l'antecedente C al suo conseguente D. Dico che ancora l'antecedente A all'antecedente C sta come l'conseguente B al conseguente D.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Permutando.*

PRENDANSI delle A, B, l'ugualmente moltiplici E, F, secondo qualunque numero; siccome delle C, D, l'ugualmente moltiplici G, H pur secondo qualunque numero.

STARA' dunque come la moltiplice E all'ugualmente moltiplice F, così la parte A alla parte B, ma anco C a D s'è posto esser come



** Prop 9.*

come A a B, adunque E ad F sta ^a come C a D, ma anco la multiplice G alla H sta ^b come C a D, adunque E ad F sta similmente come ^c G ad H. Onde se la prima E fosse uguale alla terza G, anco la seconda F sarebbe ^d uguale alla quarta H, se maggiore, maggiore, e se minore, minore; Sicchè le E, F convengono con le G, H in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi, ma quelle son ugualmente multipli delle A, B, e queste delle C, D; adunque A a C sta ^e come B a D. E però se quattro grandezze omogenee son fra loro proporzionali, ancora Permutandole sono proporzionali.

^a 5. Axioma.

^b Prop. 9.

^c Axioma.

^d Prop. 10.

^e Prop. 4.

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 16. del V. Lib.

ALTRIMENTI

Senza l'ugualmente multipli.

Altra dimostrazione aggiunta da me.

POSTE le medesime cose. La proporzione di A a C è ^f composta della proporzione di A a B, e della proporzione di B a C, ma come A a B, così si è dato stare C a D, adunque la proporzione di A a C è composta di quella di C a D, e di quella di B a C, ma anco la proporzione di B a D è composta delle medesime proporzioni di C a D, e di B a C; adunque le proporzioni di A a C, e di B a D, essendo composte di due simili proporzioni, sono simili. ^g fra di loro. Il che &c.

^f Defin. 14.

^g Axioma 9.

PROPOS. XIII.

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno composte proporzionali, e dividendole saranno proporzionali.

Prop. 17. del V. degli Elementi dimostrata cō Euclide.

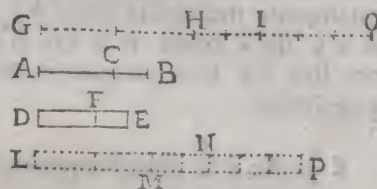
SIENO due grandezze omogenee, e composte insieme A B, B C, & altre due pur omogenee, e composte insieme D E, E F, e sien tra loro proporzionali, cioè come A B a B C, così D E, ad E F. Dico che, dividendole, anco A C a C B sta come D F ad F E.

E

E questo modo d'argomentare dicasi. *Dividendo, o per la divisione della proporzion.*

PRENDANSI delle AC, CB, e delle DF, FE, le GH, HI, e le LM, MN ugualmente multipli second'un medesimo qualunque numero; & in oltre delle CB, FE si prendano l'ugualmente multipli IO, NP, pur second'uno stesso qualunque numero.

PERCHE' dunque l'HI è multiplice di CB, come l'MN di FE, il numero delle CB nella HI sarà uguale al numero della FE nella MN. Similmente, perchè l'IO è multiplice di CB, come NP di FE; il numero delle me-



desime CB nella IO sarà uguale al numero delle FE nella NP. Se dunque il numero in HI è uguale al numero in MN, & il numero in IO al numero in NP, tutto l'numero delle CB in HO, sarà uguale a tutto l'numero dell'FE in MP: Onde le HO, MP sono ugualmente multipli delle CB, FE.

Prop. 2.

E perchè GH è multiplice di AC, come HI di CB, sarà il composto GI multiplice del composto AB, come una di una, cioè come GH di AC, ovvero come LM di DF, cioè come MN di FE, ovvero come l'composto LN del composto DE. Ma sta come la prima AB alla seconda BC, così la terza DE alla quarta EF, e della prima, e della terza si son provate ugualmente multipli le GI, LN; e della seconda, e della quarta si provaron di sopra ugualmente multipli le HO, MP, adunque l'ugualmente multipli della prima, e della terza saranno concordi con l'ugualmente multipli della seconda, e della quarta; cioè se GI è uguale ad HO, anco LN sarà uguale ad MP; e se è maggiore, maggiore, e se è minore, minore: Onde tolte le parti comuni HI, MN, anco il residuo GH s'accorderà col residuo IO, come l'residuo LM col residuo NP in pareggiarsi, o in avanzare, o in mancare: E però considerata AC come prima grandezza, CB come seconda, BF come terza, & FE come quarta, essendosi prese le GH, LM ugualmente multipli della prima, e della terza, e le IO, NP ugualmente multipli della seconda, e della quarta e dimostrato, che quella della prima concorda con quella della seconda, come quella della terza con quella della quarta, starà la prima alla seconda come la terza alla quarta, cioè la AC alla CB come la DF all'FE. E però quando le grandezze sono com-

Coroll. della prima.

Prop. 4.

poste

poste proporzionali, e dividendole son ancora proporzionali. Il che &c.

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 17. del V. Libro.

COROLL.

ESSENDOSI dimostrato quì in primo luogo, che quando la HI è moltiplice della CB, come la MN dell' FE, e che quando la IO è moltiplice della stessa CB, come la NP della medesima FE, il composto HO è moltiplice della detta CB, come 'l composto MP della stessa FE, si cava, che quando la prima è moltiplice della seconda, come la terza della quarta, e la quinta della seconda, come la sesta della quarta, anco 'l composto della prima, e quinta è moltiplice della seconda, come 'l composto della terza, e sesta è moltiplice della quarta. Il che &c.

Prop. 2 del V. degli Elementi dedotta da me.

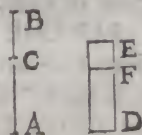
E questa è la dimostrazione della Prop. 2. del V. d'Euclide, da me dedotta.

AGGIUNTA I.

DAL dimostrato fin quì facilmente si deduce, che quando AB a BC sta come DE ad EF, anco BC a CA sta come EF ad FD.

E questo modo d'argomentare dicasi. Per divisione conversa di proporzione.

PERCHE' essendo AB a BC, come DE ad EF, dividendo ^a starà AC a CB come DF ad FE, e convertendo ^b BC a CA starà come EF ad FD. Il che &c.



Scolio del Clavio alla Prop. 17. del V. degli Elementi.

^a Prop. 13.
^b Prop. 11.

AGGIUNTA II.

SI cava in oltre, che quando BC a BA sta come EF ad ED, anco BC a CA sta come EF ad FD.

E

Scolio del Clavio alla Prop. 17. del V. degli Elementi.

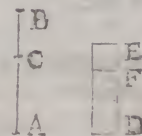
E questo modo d'argomentare dicasi. Per divisione contraria di proporzione.

^a Prop. 11.

^b Prop. 13.

^c Prop. 11.

PERCHE' essendo BC a BA, com' EF ad ED, convertendo ^a AB a BC starà come DE ad EF, e dividendolo ^b AC a CB come DF ad FE; e di nuovo convertendo ^c BC a CA starà come EF ad FD. Il che &c.



PROPOS. XIV.

Prop. 18. del V. degli Elementi dimostrata da me senza la Prop. 10. di questo della quale si serve Eucl.

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno divise proporzionali, e componendole saranno proporzionali.

SIENO due grandezze omogenee AB, BC, insieme congiunte, & altre due similmente omogenee unite insieme DE, EF, e tra loro sieno proporzionali, cioè stia come AB a BC così DE ad EF. Dico che componendole come AC a CB così stia ancora DF ad FE.

E questo modo d'argomentare dicasi. Componendo.

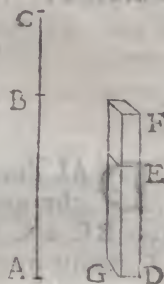
IMPERCIOCCHE' stia come AC a CB, così qualch'altra GF all' FE, che necessariamente GF farà maggior di FE, essendochè anco AC è maggior di CB.

^a Prop. 13.

^c 6. Axioma.

^e 7. Axioma.

PERCHE' dunque si dice come AC a CB così stare GF ad FE, dividendole, starà come AB a BC così ^a GE ad EF; ma come AB a BC così stia ancora DE ad EF per la supposizione, adunque GE ad EF starà ^c come DE alla medesima EF, sicchè le GE, DE sono ^e tra loro uguali, onde aggiunta loro di comune la EF ne verrà la GF uguale alla DF, ma come AC a CB, così si pose stare ad GF FE, adunque anco AC a CB stia come DF (che è uguale a GF) ad FE. Sicchè se le grandezze divise sono proporzionali, e composte ancora sono proporzionali. Il che &c.



E così vien da me dimostrata la Prop. 18. del V. d'Euclide.

AGGIUN-

AGGIUNTALI.

QUI può dedursi, che quando AB a BC sta come DE ad EF divisamente prese, l'anco CA ad AB sta come FD a DE .

E questo modo d'argomentare dicasi. Per *composizion conver-*
sa di proporzione.

PERCHE' essendo AB a BC come DE ad EF , convertendo
anco CB a BA starà come FE ad ED , e componendo CA
ad AB starà come FD a DE . Il che &c.

Scolio del Cla-
vio alla Prop.
18 del V. degli
Elementi.

Prop. 11.
Prop. 14.

AGGIUNTA II.

SIMILMENTE si à che quando AB a BC divisamente sta
come DE ad EF , ancora AB ad AC sta come DE a DF .

E questo modo d'argomentare dicasi. Per *composizion contraria*
di proporzione.

PERCHE' essendo AB a BC , come DE ad EF , convertendo
• BC a BA starà come EF ad ED , e componendo CA ad
 AB starà come FD a DE , e di nuovo convertendo AB ad AC
starà come DE ad DF . Il che &c.

Scolio del Cla-
vio alla Prop.
18. del V. degli
Elementi.

Prop. 11.
Prop. 14.
Prop. 11.



PROPOS. XV.

Corollar. della
Prop. 19. del
V. degli Ele-
menti dimo-
strato col Cla-
v. 10.

SE quattro grandezze a due a due omogenee son com-
poste proporzionali, e per la conversione della
proporzione saranno proporzionali.

SIENO due grandezze composte AB, BC,
proporzionali a due altre composte DE,
EF. Dico che anco BA ad AC sta come ED a
DF.

E questo modo d'argomentare dicasi. Per con-
versione della proporzione.

Prop. 13.

Prop. 11.

Prop. 14.

PERCHE' essendo per supposizione AB a BC
come DE ad EF, dividendo anco AC a CB
starà come DB ad FE, e convertendo B C a
CA come EF ad FD, e componendo B A ad
AC come ED ad DF. Onde quando le grandez-
ze son composte proporzionali, anco per conversione della pro-
porzione son fra loro proporzionali. Il che &c.

E così vien dimostrato dal Clavio il Corollario della Prop. 19.
del V. d'Euclide.

PROPOS. XVI.

Prop. 19. del
V. degli Ele-
menti dimo-
strato con Eu-
clide.

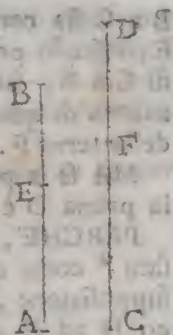
SE nelle grandezze omogenee sarà come tutta a tut-
ta, così la parte levata dall'una alla parte levata
dall'altra, la rimanente alla rimanente starà come tutta a
tutta, o come la levata alla levata.

SIA tutta la grandezza AB a tutta la CD del medesimo ge-
nere, così la parte levata BE alla parte levata DF. Dico
che la rimanente AE alla rimanente CF sta pure come tutta la
AB a tutta la CD, o come la parte BE alla parte DF.

IMPERCIOCCHE' essendo, per supposizione, com' AB, a CD,
così

così B E a D F, sarà permutando, ^a A B a B E come CD a DF, e dividendo ^b A E ad E B come CF ad FD, e di nuovo permutando, ^c la rimanente A E alla rimanente C F starà come la parte levata E B alla parte levata F D, ovvero come tutta la A B a tutta la C D.

SE dunque starà come tutta a tutta, così la parte levata alla parte levata, anco la rimanente alla rimanente starà come tutta a tutta, o come la parte levata alla levata. Il che si doveva dimostrare.



^a Prop. 13.
^b Prop. 13.
^c Prop. 13.

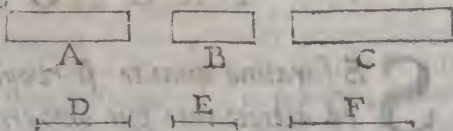
E quest'è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 19. del V. Libro.

PROPOS. XVII.

SE saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur tra loro omogenee, e le coppie corrispondenti di ciascun ordine sieno proporzionali, e sia la prima d'un ordine maggiore della sua terza, sarà anco la prima dell'altr'ordine maggior della sua terza; e se è uguale, uguale; e se è minore, minore.

Prop. 20. del V. degli Elementi dimostrata cò Euclide.

SIENO tre grandezze A, B, C, omogenee d'un'ordine, & altrettante D, E, F, omogenee d'un'altro, e stia come la prima A alla seconda B, così la prima D alla seconda F, e come la seconda B alla terza C, così la seconda E alla terza F, e sia in primo luogo A maggior di C. Dico che ancora D è maggior di F.



IMPERCIOCCHE, essendo la prima A posta maggior della terza C, la proporzione di A a B si dirà ^a maggior della proporzione di C a B: ma la proporzione di D ad E è data simile a quella di A a B, adunque anco D ad E è ^a maggior proporzione di C a B. E perchè

^a 4. Axioma.

^a 5. Axioma.

F 2

B a C

^a Prop. 11.
^b 5. Axioma.
^c Prop. 7.

B a C sta come E ad F, e convertendo sta C a B come F ad E, essendo provata la proporzione di D ad E maggior di quella di C a B, sarà la medesima proporzione di D ad E maggior ancora di quella di F ad E; e però sarà la prima D maggior della terza F.

MA se la prima A si porrà uguale alla terza C; Dico pure che la prima D è uguale alla terza F.

^d 3. Axioma.

PERCHE', essendo A uguale a C, la proporzione di A a B sarà come quella di C a B, ma come A a B così D ad E, per supposizione, dunque anco D ad E sta come C

^e 5. Axioma.

a B. E perchè come B a C, così sia data E ad F,

^f Prop. 11.

e convertendo sta come C a B, così F ad E, sarà

^g 5. Axioma.

ancora D ad E come F ad E, e però anco D sarà uguale ad F.

SE finalmente la prima A si porrà minor della sua terza C. Dico che anco la prima D è minor della sua terza F.

^h Prop. 11.

IMPERCIOCCHE' essendo dato B a C come E ad F, & A a B come D ad E, e convertendole ancora C a B sarà come F ad E, e B ad A come E a D; ma perchè A si pone minor di C, sarà C maggior di A: onde per la prima parte di questa dimostrazione essendo la prima C maggior della terza A, sarà ancora la prima F maggior della terza D; cioè convertendo essendo A minor di C sarà anco D minor di F. Il che &c.

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 20. del V. Lib.

PROPOS. XVIII.

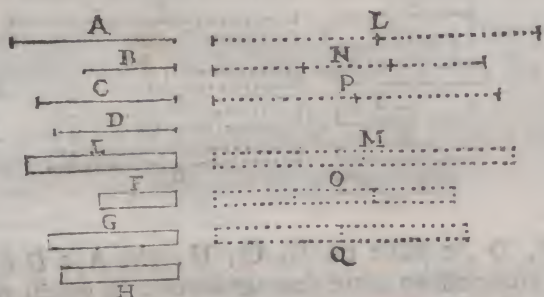
Prop. 22 del V.
 degli Elementi
 dimostrata
 con Euclide.

SE saranno quante si vogliano grandezze omogenee, ed altrettante pur omogenee, e le coppie ordinatemente corrispondenti di ciascun ordine sieno tra loro nella medesima proporzione, ancora per l'egualità ordinata saranno proporzionali. Cioè la prima del prim' ordine all'ultima sarà come la prima del secondo all'ultima.

DI

DI due ordini dati d'ugual numero di grandezze omogenee sia l'uno A, B, C, D, e l'altro E, F, G, H, e sia la coppia A, B, proporzionale alla E, F; la B, C, alla F, G; e la C, D, alla G, H. Dico, che la prima grandezza A all'ultima D sta come la prima E all'ultima H.

E quello modo d'argomentare dicasi. Per l'egualità in proporzione ordinata.



SI considerino prima le tre prime grandezze A, B, C, del primo ordine, e le tre prime E, F, G, del secondo: e delle due omologhe A, E, s'intendano prese qualunque ugualmente multipli L, M; siccome dell'omologhe B, F, qualunque egualmente multipli N, O; & anco delle C, G, quali si sieno ugualmente multipli P, Q.

E perchè la grandezza A alla B si pone stare come E ad F, e delle A, E, sono egualmente multipli le L, M, e delle B, F egualmente multipli le N, O, starà ancora L ad N come M ad O. E per la medesima ragione N a P starà come O a Q. Sono dunque tre grandezze L, N, P, d'un'ordine, e tre M, O, Q, d'un'altro, & a coppia a coppia si son provate proporzionali, però se la prima L supera la terza P, anco la quarta M supererà la sesta Q, e se sarà uguale, uguale, e se minore, minore; ma le L, M, son prese egualmente multipli delle A, E, come prima, e terza; e le P, Q delle C, G, come seconda, e quarta; e s'è ora provato che la multiplice L della prima s'accorda con la multiplice P della seconda come la M della terza con la Q della quarta in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi: adunque starà la prima alla seconda, come la terza alla quarta, cioè la A alla C come la E alla G.

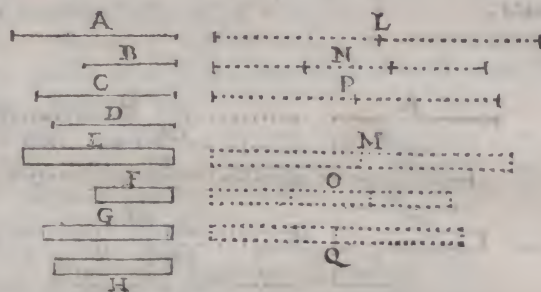
CONSI-

^a Prop. 1.

^b Prop. 17.

^c Prop. 4.

CONSIDERANDO poi le tre A, C, D, e le tre E, G, H. Essendosi ora provato che A a C sta come E a G, e stando, per supposizione, C a D come G ad H; nel modo che s'è dimostrato delle tre A, B, C, e delle tre E, F, G, che la prima all'ultima sta come la prima all'ultima, nel medesimo si proverà delle



tre A, C, D, e delle tre E, G, H, che A a D sta come E ad H. E se rimanessero altre date grandezze in questi ordini, si continuerebbe la dimostrazione nel modo stesso. E però quando in due ordini d'ugual numero di grandezze omogenee le coppie corrispondenti sono proporzionali, la prima grandezza all'ultima del prim'ordine sta per l'ugualità in proporzione ordinata come la prima all'ultima del secondo ordine. Il che si doveva, &c.

E quest'è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 22. del V. Libro

Aggiunta da me.

ALTRIMENTI

Senza l'ugualmente moltiplici.

^a Prop 14.

DATE le medesime cose. La proporzione della prima A all'ultima D è ^a composta di tutte le proporzioni di mezzo di A a B di B a C, di C a D. Similmente la proporzione della prima E all'ultima H è composta di tutte le proporzioni di mezzo tra E, & F, tra F, e G, e tra G, & H, ma nel prim'ordine le proporzioni componenti son le medesime, cioè simili alle proporzioni componenti nel secondo, ciascuna a ciascuna ordinatamente, adunque anco le proporzioni composte di esse saranno ^b simili fra di loro, cioè la prima A all'ultima D starà come la prima E all'ultima H.

^b 5. Affirma.

PROPOS.

P R O P O S. XIX.

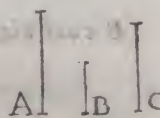
SE saranno tre grandezze tra loro omogenee, & altrettante pur tra loro omogenee, e le coppie di ciascun ordine sieno proporzionali, ma prese con ordine perturbato: ancora per l'ugualità perturbata saranno proporzionali.

Prop. 23. del V. degli Elem. dimostrata senza le moltiplici, e senza la prop. 21. d'Euclide secondo la prop. 11. del Trattato delle proporzioni del Torricelli.

SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altrettante tra loro omogenee D, E, F, che a due, a due sien nella medesima proporzione, ma con ordine perturbato, cioè A a B sia come E ad F, e B a C come D ad E; Dico che ancora A a C sia come D ad F.

E questo modo d'argomentare dicasi. Per l'ugualità in proporzione perturbata.

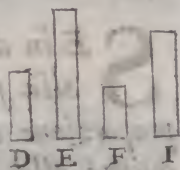
IMMAGINIAMOCI esser come B a C, ovvero come D ad E (che per supposizione è la medesima proporzione di B a C) così * F. ad un'altra grandezza I.



* Per la domanda di questo.

SARANNO dunque le quattro grandezze D, E, F, I, proporzionali.

E perchè sta come A a B, così E ad F, per supposizione, e come B a C, così F ad I, per costruzione, sarà per l'ugualità^b in proporzione ordinata, A a C, come E, ad I. Ma per esser le D, E, e le F, I quattro grandezze proporzionali, starà permutando^c D ad F come E ad I; ma ancora A a C s'è provato stare come E ad I, adunque la proporzione di A a C è la medesima^d che di D ad F, convenendo l'una, e l'altra con la proporzione di E ad I. E però se saranno tre grandezze omogenee, & altrettante, &c. Il che si doveva dimostrare.



^b Prop. 18.

^c Prop. 12.

^d 6. Assioma.

E così dal Torricelli vien dimostrata la Prop. 23. del V. d'Euclide.

ALTRIMENTI senza la costruzione.

Aggiunta da me.

LA proporzione di A a C si compone^{*} della proporzione di A a B, ovvero di E ad F, e di B a C, ovvero di D ad E; ma

^{*} Prop. 14.

ma

ma anco la proporzione di D ad F si compone delle medesime proporzioni di E ad F, e di D ad E, adunque la proporzione di A a C è * simile alla proporzione di D ad F, essendo l'una, e l'altra, composta delle medesime proporzioni.

* *Affirma. 9.*

COROLLARIO.

Propos. 21 del V. degli Elementi dedotta da me come Coroll.

DALL' essersi dimostrato che A a C sta come D ad F, si deduce che se saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur omogenee, che a due a due sien proporzionali con proporzione perturbata, e che, per l'uguaglià, sia la prima maggior della terza nel suo ordine, anco la quarta sarà maggior della sesta nel suo; e se uguale, uguale; e se minore, minore. Poichè proprietà delle proporzionali è, frà l'altre, di accordarsi fra loro i termini omologhi ad esser uguali, o maggiori, o minori.

E così vien provata da me la Prop. 21. del V. d' Euclide.

PROPOS. XX.

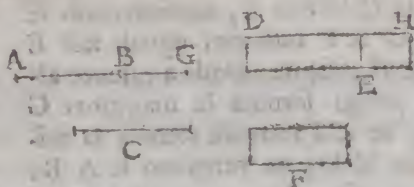
Prop. 14 del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SE in due ordini omogenei di grandezze, la prima alla seconda nel prim' ordine avrà la medesima proporzione che la terza alla quarta nel secondo, e la quinta alla seconda nel primo la medesima, che la sesta alla quarta nel secondo, ancora 'l composto della prima, e quinta alla seconda del primo avrà la medesima proporzione, che 'l composto della terza, e sesta alla quarta del secondo.

SIA nel prim' ordine di grandezze omogenee la prima A B alla seconda C come nel secondo di omogenee la terza C E alla quarta F, e la quinta B G alla seconda C, come la sesta E H alla quarta F. Dico che 'l composto della prima, e quinta A B, B C alla seconda C sta come 'l composto della terza, e sesta D E, E H alla quarta F.

IMPER-

IMPERCIOCCHE essendo BG, a C come EH ad F, sarà convertendo ^a C a BG come F ad EH. E perchè A B a C sta come DE ad F, per la supposizione, e C a BG sta come F ad EH, per il dimostrato, sarà per l'ugualità ^b in proporzione ordinata A B a B G come D E ad E H, e componendo ^c A G a G B come D H ad H E, e sta G B a C come H E ad F, per la supposizione; adunque di nuovo per l'ugualità ^d A G a C starà come D H ad F. Se dunque la prima alla seconda à la medesima proporzione, &c. Il che si doveva dimostrare.



^a Prop. 11.

^b Prop. 13.

^c Prop. 14.

^d Prop. 18.

E quest'è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 24. del V. Libro.

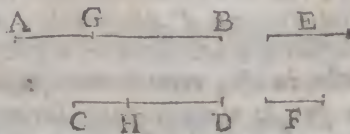
PROPOS. XXI.

SE quattro grandezze omogenee son proporzionali, la massima, e la minima di esse prese insieme, son maggiori delle due rimanenti insieme.

Prop. 25 del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SIENO le quattro grandezze omogenee A B, C D, E, F, e stia come A B a C D, così E ad F, e sia la A B la massima tra esse, & F la minima. Dico che la somma delle A B, F, è maggior della somma delle C D, E.

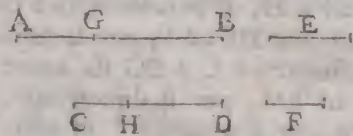
TAGLISI dalla A B la grandezza A G uguale ad E, e dalla C D la C H uguale ad F.



SARA' dunque la A G alla C H come E ad F, ovvero come A B a C D, per la supposizione. Perchè dunque tutta la A B, à tutta la C D sta come la parte levata A G, alla levata C H, sarà ancora ^a tutta la A B a tutta la C D come la rimanente G B alla rimanente H D. Ma tutta la A B è maggior di tutta la C D (per essersi posta A B la massima) adunque la rimanente G B sarà maggior della rimanente H D. E perchè A G, & E sono uguali,

^a Prop. 16.

guali, aggiungendo loro le uguali F, C H, cioè la F alla A G, e la C H alla E, ne verranno le A G & F insieme, uguali alle E e C H insieme: Onde aggiunto alla prima somma la maggiore G B, & alla seconda somma la minore H D, ne verranno le A B, & F insieme, maggiori delle C D, & E insieme, cioè la massima con la minima maggiore delle due rimanenti insieme. Se dunque faranno quattro grandezze proporzionali, &c. Il che si doveva dimostrare.



E quest' è la dimostrazione d' Euclide della Prop. 25. del V. Libro.

I L F I N E

Degli Elementi d'Euclide della Scienza Vniversale
delle Proporzioni.

A V V E R T I M E N T O.

FIN qui si son posti tutti i Teoremi del V. Libro datici da Euclide, eccettuate il terzo, il quinto, e l' sesto intorno alle ugualmente moltiplici, i quali, per esser Lemmi d' altri qui diversamente provati, e non aver' uso altrove, ci è parso ben di tralasciare come inutili. Ma perchè alcuni degl' Interpreti d'Euclide conobbero che per l' intelligenza d' Archimede, d' Apollonio, e d' altri gravi Autori Classici era necessaria la cognizione ancora d' altre Proposizioni supposte da essi, come se note fossero per mezzo degli Elementi, e queste per la maggior parte furono poi dimostrate da Pappo Alessandrino, ed altre dal Campano; perciò i medesimi Interpreti le aggregarono al numero di quelle del V. Libro. Di qui è che noi ancora (affinchè per la Scienza più Elementare delle Proporzioni non s' abbia da ricorrere ad altro Autore) non mancheremo di aggiungerle, dimostrandole come fanno essi Pappo, e Campano, ma con l'ordine tenuto dal Padre Clavio, diligentissimo, e dottissimo Comentatore di tutti gli Elementi d' Euclide.

PROPOS.

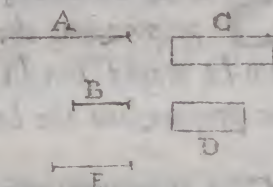
PROPOS. XXII.

SE la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, convertendo, la seconda alla prima avrà minor proporzione che la quarta alla terza.

Prop. 7. del
7. di Pappo.

ABBIA la grandezza A alla B maggior proporzione della C alla D. Dico che convertendo la B alla A è minor proporzione che la D alla C.

INTENDASI che altra grandezza E alla B sia ^a come la C alla D: sarà dunque la proporzione di A a B maggior ancora della proporzione di E a B. E però sarà ^b la A maggiore di E. Onde B ad A avrà minor ^c proporzione di B ad E. Ma come B ad E, così sta



^a Per la domanda di questo Trattato.

^b Prop. 7.
Prop. 6.

convertendo D a C (perche come C a D, così sta per costruzione E a B) adunque ancor la proporzione di B ad A è ^d minore che la proporzione di D a C. E però quando la prima alla seconda &c. Il che si doveva dimostrare.

^d s. Assoms.

PROPOS. XXIII.

Prop. 9. del
7. di Pappo.

SE la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, permutando, la prima ancora alla terza avrà maggior proporzione, che la seconda alla quarta.

ABBIA, nella figura seguente, A a B maggior proporzione, che C a D. Dico che permutando ancora A a C è maggior proporzione di B a D.

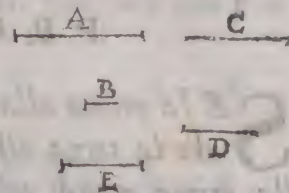
IMPERCIOCCHE s'intenda ch'un'altra E a B sia ^e come C a D. Sarà dunque la proporzione di A a B maggiore

^e Per la domanda di questo Trattato.

G 2

ancora

ancora della proporzione di E a B, e però sarà A maggior ^a di E, & A a C avrà maggior ^b proporzione che E a C. E perche sta permutando E a C come B a D (essendosi posto che E a B sia come C a D) sarà dunque ancora la p^oporzione di A a C maggior ^c che di B a D. Il che &c.



^a Prop. 7.
^b 4. Axioma

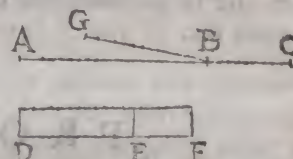
^c 5. Axioma

PROPOS. XXIV.

SE, di-videndo, la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, e componendo, anco la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta.

SIA la proporzione di AB a BC maggior della proporzione di DE ad EF. Dico che componendo anco la proporzione di AC a CB è maggior della proporzione di DF ad FE.

INTENDASI che un'altra GB alla BC sia ^a come DE ad EF. Sarà dunque la proporzione di AB a BC maggiore similmente ^c della proporzione di GB a BC, e però ^b sarà AB maggiore di GB; sicchè aggiunta a queste la comune BC, ne verrà AC maggior di GC: onde AC a CB avrà maggior ^c proporzione che GC a CB: ma componendo GC a CB sta come DF ad FE, perche si pose dividendo GB a BC come DE ad EF; adunque anco la proporzione di AC a CB sarà ^b maggiore della proporzione di DF ad FE. E però se dividendo la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, e componendo &c. Il che si propone di dimostrare.



^a Per la domanda di questo Trattato
^b 5. Axioma
^c Prop. 7.

^a 4. Axioma

^b 5. Axioma

PRO-

PROPOS. XXV.

SE, componendo, la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta, e dividendo, avrà ancora la prima alla seconda maggior proporzione che la terza alla quarta.

*Prop aggi-
ta, e dimo-
strata dal Co-
mandino do-
po la Prop 5.
del 7. di Pap.*

ABBIA, nella passata figura, AC a CB maggior proporzione di DF ad FE. Dico che ancora dividendo AB a BC a maggior proporzione di DE ad EF.

INTENDASI che altra GC a CB sia ^a come DF ad FE: ancora AC a CB avrà ^b maggior proporzione di GC a CB; e però sarà AC maggior ^c di GC, e toltane di comune la BC, resterà la AB maggior di GB, e però AB a BC avrà ^d maggior proporzione che GB a BC: ma dividendo come GB a BC così DE ad EF (perche si pose GC, a CB come DF ad FE) adunque anco la proporzione di AB a BC è maggior ^e della proporzione di DE ad EF. E però se componendo la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta, e ancora dividendo &c. Il che fu proposto di dimostrare.

*Domanda di
questo Trat.
5. Axioma.
Prop 7.
4. Axioma.*

5. Axioma.

PROPOS. XXVI.

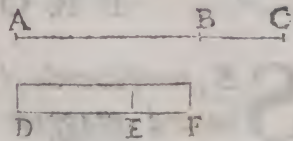
SE, componendo, la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta. Per la conversion della proporzione, la prima con la seconda alla prima, avrà minor proporzione che la terza con la quarta alla terza.

*Prop. 6. del
7. di Pappo.*

SIA la proporzione di AC a CB maggior della proporzione di DF ad FE. Dico che per la conversion della proporzione CA ad AB a minor proporzione che FD a DE.

PER-

- PERCHE' avendo AC a CB minor proporzione di DF ad FE, e dividendo AB a BC avrà ^a maggior proporzione di DE ad EF, e però convertendo CB a BA avrà ^b minor ^b proporzione di FE ad ED: perlochè, e componendo CA ad AB avrà minor ^c proporzione che FD ad DE. Il che &c.



P R O P O S. XXVII.

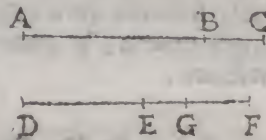
Prop. 8. del
7. di Pappo.

SE la prima alla terza à maggior proporzione che la seconda alla quarta, avrà ancora la prima alla terza maggior proporzione che la prima con la seconda alla terza con la quarta.

ABBIA AB a DE maggior proporzione che BC ad EF. Dico che ancora AB a DE à maggior proporzione che AC a DF.

^a Domanda
di questo.

SIA come AB a DE così ^a BC ad un'altra EG. E perchè s'è posto AB a DE aver maggior proporzione di BC ad EF, anco BC ad EG (che sta come AB ad DE) avrà ^a maggior proporzione che la medesima BC all' EF. Onde EG sarà minore ^c di EF. Perchè dunque AB a DE sta come BC ad EG, starà AC a DG come ^e AB a DE. Ma AC à maggior ^b proporzione a DG che a DF (perchè DG è minore di DF) adunque anco AB a DE l' avrà maggior ^a che AC a DF. Il che &c.



* 5. Axioma.

^c Prop. 7.

^e Prop. 8.

^b Prop. 6.

^a 5. Axioma.

P R O P O S. XXVIII.

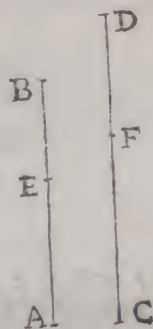
Prop. 9. del
7. di Pappo.

SE tutta a tutta à maggior proporzione che la parte levata alla parte levata, e la rimanente alla rimanente avrà maggior proporzione che tutta a tutta.

SIA

SIA la proporzione di tutta la $A B$ a tutta la $C D$ maggiore della proporzione della parte levata $A E$ alla parte levata $C F$. Dico che anco la proporzione della rimanente $E B$ alla rimanente $F D$ è maggior della proporzione di tutta la $A B$ a tutta la $C D$.

ESSENDO la proporzione di $A B$ a $C D$ maggior che di $A E$ a $C F$, sarà ancora permutando la proporzione di $A B$ ad $A E$ maggior ^a che di $C D$ a $C F$: e per la conversion della proporzione $A B$ a $B E$ avrà minor ^b proporzione che $C D$ a $D F$; e permutando $A B$ a $C D$ avrà similmente minor ^c proporzione che $E B$ ad $F D$; cioè la rimanente $E B$ alla rimanente $F D$ avrà maggior proporzione che tutta la $A B$ a tutta la $C D$. Il che, &c.



^a Prop. 23.

^b Prop. 26.

^c Prop. 23.

P R O P O S. XXIX.

SE saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur omogenee, e la proporzione della prima delle prime alla seconda sia maggior della proporzione della prima delle seconde alla seconda, e la proporzione della seconda delle prime alla terza sia pur maggiore della proporzione della seconda delle seconde alla terza: ancora per l'ugualità in tal proporzione ordinata avrà la prima delle prime alla terza maggior proporzione, che la prima delle seconde alla terza.

Propos. 31 del V. tra le aggiunte dal Campano nella sua traduzione d'Euclide.

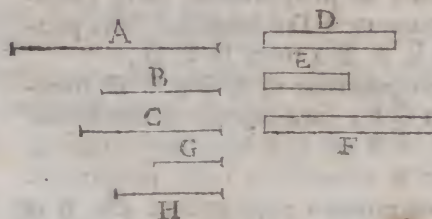
SIENO tre grandezze omogenee A, B, C , & altrettante omogenee D, E, F , e la proporzione di A a B sia maggior della proporzione di D ad E ; siccome la proporzione di B a C sia maggior della proporzione di E ad F . Dico che per l'ugualità ancora A a C è maggior proporzione di D ad F .

INTENDASI che G a C sia come ^{*} E ad F . Sarà dunque la proporzione di B a C , che era maggiore che di E ad F , maggiore

^{*} Per la dov'è da di questo.

re

* 5. *Axioma.* re * ancora che di G a C. Onde B sarà maggior ^b di G, e però
^b Prop. 7. A a G avrà maggior ^c proporzione che a B : ma la proporzione
^c 4. *Axioma.*



di A a B si è posta maggior che di D ad E, adunque la propor-
^a 8. *Axioma.* zione di A a G tanto più sarà ^a maggiore che quella di D ad E.
^b Per la domā- INTENDASI di nuovo che H a G sia come * D ad E. Avrà
^c da di questo per tanto A a G maggior ^c proporzione che H a G, e però fa-
^d 5. *Axioma.* rà ^d A maggior di H; sicchè A a C avrà maggior ^d proporzione
^e Prop. 7. che H alla stessa C, ma come H a C così è per l'ugualità ^e D ad
^f 4. *Axioma.* F (perche si fece D ad E come H a G, & E ad F come G a C)
^g Prop. 18. adunque anco A a C l'avrà * maggiore che D ad F. Il che, &c.
^h 5. *Axioma.*

P R O P O S. XXX.

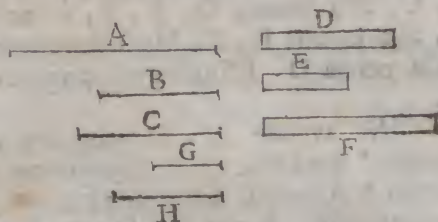
Prop. 3. del V.
 tra le aggiun-
 te dal Campa-
 no nella sua
 traduzione
 d'Euclide.

SE saranno tre grandezze omogenee, ed altrettante
 pur omogenee, e la prima alla seconda nel primo
 ordine abbia maggior proporzione che la seconda alla ter-
 za nel secondo, e la seconda alla terza nel primo abbia
 maggior proporzione che la prima alla seconda nel secondo,
 ancora per l'ugualità in tal proporzione perturbata avrà
 la prima alla terza nel prim' ordine maggior proporzio-
 ne che la prima alla terza nel secondo.

SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altre pur o-
 mogenee, D, E, F; E nel prim' ordine abbia A a B mag-
 gior proporzione di E ad F nel secondo; e B a C nel primo ab-
 bia maggior proporzione che D ad E nel secondo. Dico che an-
 co per l'ugualità A a C nel primo à maggior proporzione che
 D ad F nel secondo. INTEN-

INTENDASI che G a C sia come * D ad E, farà dunque la proporzione di B a C, che è data maggiore della proporzione di D ad E, maggior ^a ancora della proporzione di G a C: onde B farà maggior ^b di G; e però A a G avrà maggior ^c pro-

* Domanda di questo.
^a 5. Axioma.
^b Prop 7.
^c 4. Axioma.



porzione che la medesima A a B, ma la proporzione di A a B è posta maggiore che di E ad F, adunque la proporzione di A a G è molto maggior ^a che di E ad F.

INTENDASI in oltre che H a G sia come * E ad F. Sarà dunque la proporzione di A a G, maggior ^c che di H alla medesima G. Onde A sarà maggiore ^e di H, e però A a C avrà maggior ^a proporzione che H alla medesima C, ma come H a C, così sta per l'ugualità ^b D ad F (perchè si fece D ad E come G a C, & E ad F come H a G) adunque anco la proporzione di A a C è maggiore ^a che quella di D ad F. Il che, &c.

^a Axioma.
 * Domanda di questo.
^c 5. Axioma.
^e Prop 7.
^b 4. Axioma.
^b Prop. 19.
^a 5. Axioma.

PROPOS. XXXI.

SE faranno due ordini d'egual numero di grandezze, e tutte omogenee, e la prima del primo ordine alla prima del secondo abbia maggior proporzione della seconda del primo alla seconda del secondo, e questa proporzione sia maggior della proporzione della terza del primo alla terza del secondo, e così sempre finchè vi sieno grandezze; tutte insieme l'antecedenti a tutte insieme le conseguenti avranno maggior proporzione di tutte l'antecedenti senza la prima, a tutte le conseguenti senza la prima; ma però minor proporzione che la prima alla prima, e maggior che l'ultima all'ultima.

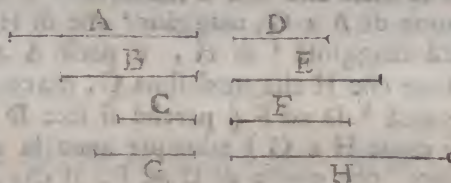
H

SIENO

Prop. 34. del 7. aggiunta dal Campano nella sua traduzione d'Euclide, e dimostrata col Padre Clavio.

SIENO prima nel primo ordine tre grandezze A, B, C, e nel secondo altrettante D, E, F, e tutte omogenee, e la proporzione di A a D sia maggior della proporzione di B ad E, e questa maggiore che di C ad F. Dico che la proporzione della somma A, B, C, alla somma D, E, F, è maggiore che della somma B, C, alla somma E, F. Ma ben minore che della prima grandezza A alla prima D. E finalmente maggiore che dell'ultima C all'ultima F.

^a Prop. 23. IMPERCIOCCHE' avendo A a D maggior proporzione di B ad E, permutando ^a avrà maggior proporzione A a B che D ad E, e componendo ^b A con B a B maggior che D con E ad E, e di nuovo permutando ^c A con B a D con E maggior proporzione che B ad E. Perche dunque tutta la A, B, a tutta la D, E, à maggior proporzione che la parte B alla parte E, avrà ancora la rimanente A alla rimanente D maggior ^d proporzione di tutta la A, B, a tutta la D, E. Nello stesso modo appunto si



^e Affirma 8. proverà che la sola B alla sola E à maggior proporzione delle due, B, C, insieme, alle due insieme E, F, adunque la sola prima A alla sola prima D avrà molto ^a maggior proporzione che la somma B, C alla E, F, e permutando, avrà maggior ^b proporzione A a B, C, che D ad E, F, e componendo, maggior ^c proporzione la somma A, B, C, alle B, C, che la somma D, E, F, alle E, F, e finalmente permutando, maggior ^d proporzione avrà la somma A, B, C, alla somma D, E, F, della somma B, C, alla somma E, F. Il che in primo luogo si doveva dimostrare.

^e Prop. 23. AVENDO per tanto tutta la A, B, C, a tutta la D, E, F, maggior proporzione della parte levata B, C, a la levata E, F, avrà la rimanente A alla rimanente D maggior ^a proporzione che tutta l' A, B, C, a tutta la D, E, F, che è la seconda proposta.

^b Prop. 23. E perchè B ad E à maggior proporzione che C ad F, e permutando, B a C l'avrà maggiore ^a di E ad F, e componendo, la B, C, a C maggiore ^b che la E, F ad F, e di nuovo permutando,

de, la B, C, alla E, F, maggiore * che la C alla F: ma la propor- * Prop. 23.
zione di A, B, C, alla D, E, F, si è provata maggiore che di B,
C, ad E, F, adunque sarà molto ^b maggiore la proporzione di ^b Assioma 8.
A, B, C, a D, E, F, che di C ad F; Il che era l'ultimo da pro-
varsi.

SIENO ora in ciascuno ordine quattro grandezze A, B, C, G,
e D, E, F, H, e sieno date con la medesima condizione delle
tre, sicchè ancora C ad F abbia maggior proporzione di G ad H.
Dico pure seguirne le stesse cose.

PERCHE', come si provò nelle tre, avrà B ad E maggior pro-
porzione della somma B, C, G, alla somma E, F, H, e però
molto ^c maggiore A, a D, che B, C, G, ad E, F, H; e permutando, maggior ^c Assioma 8.
proporzione A, a B, C, G, che D ad E, F, H, ^d Prop. 23.
e componendo, maggiore ^e A, B, C, G, a B, C, G che D, F, ^e Prop. 24.
F, H, ad E, F, H; e permutando, maggior ^f proporzione A, B, ^f Prop. 23.
C, G, a D, E, F, H, che B, C, G, ad E, F, H.

ESSENDO dunque la proporzione di tutta A, B, C, G, a tut-
ta D, E, F, H, maggior della levata B, C, G, alla levata E, F,
H, e la rimanente A alla rimanente D avrà maggior ^g propor- ^g Prop. 18.
zione che tutta A, B, C, G, a tutta D, E, F, H.

E finalmente, come si dimostrò nelle tre, à maggior proporzio-
ne la somma B, C, G, alla E, F, H, di G ad H, & è la propor-
zione di A, B, C, G, a D, E, F, H, maggiore che di B, C, G
ad E, F, H, come si provò poco sopra; adunque la somma A,
B, C, G, alla somma D, E, F, H, à molto maggior ^h propor- ^h Assioma 8.
zione che l'ultima G all'ultima H. Il che &c.

CON simile artificio si concluderà seguirne le stesse cose in cin-
que grandezze per mezzo delle prime quattro, & in sei per mez-
zo delle prime cinque, com'appunto s'è provato in quattro per via
delle prime tre. E però è manifesto tutto ciò che si propose di
dimostrare.

I L F I N E

Dell'Aggiunta a gli Elementi d'Euclide della Scienza
Univerfale delle Proporzioni.

H 2

TANTO

Tanto basta intorno alla parte più elementare delle Proporzioni. Ma considerando io, che dall'aver poste nelle Prop. di num. 1. 3. 4. e 5. le dimostrazioni del Galileo delle Definizioni quinta, e settima del V. Libro d'Euclide insieme con quelle de' lor conversi, e dalle quali io presi occasione di dar nuova forma al presente Trattato, potrebb'e eccitarsi in alcuni il desiderio di vederle anco in fonte nella maniera stessa in che furono da esso portate in Dialogo nel citato manoscritto, ò risoluto (con permissione dell' Alt. Reverendissima del Serenissimo Signor PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI dalla di cui graziosa benignità, com'io dissi, ne fui già fatto degno) di stamparlo così tronco, e imperfetto com'io l'ottenai, e quale e' rimasto, quando sopraggiunto il Galileo da malattia, che fu l'ultima, l'andava egli dettando a Evangelista Torricelli in quel tempo, nel quale ci trovammo insieme, in Arcetri, Ospiti del medesimo Galileo. Ben'è vero, che parendo ancora convenevole il darlo fuori tal quale poi lo lascio alla sua morte lo stesso Torricelli, e sapendo io tutti gli scritti matematici di esso non pubblicati, esser appresso il Sig. Dottor Lodovico Serenai mio parzialissimo, & amorevolissimo Amico (di cui, per dare in breve soprabbondante contezza del merito, dottrina, fede, e candidezza d'animo incomparabile, basti sapere che egli si meritò sopra gli altri l'amore, e la confidenza massima d'un Torricelli) ò procurato di riscontrare tal mia copia con la bozza originale di quella che è nelle mani del predetto Sig. Serenai, & avendola ritrovata verso il fine con qual cosa di più, aggiuntavi, com'io credo, dallo stesso Torricelli, non ò voluto mancare di unirla à questa quinta Giornata, come si vedrà in carattere corsivo, e quale, dopo un diligente riscontro del rimanente, mi à dettata il medesimo Sig. Lodovico. Potrà per tanto assicurarsi il Lettore d'aver qui ora quanto fu scritto dal Galileo per chiarezza di quelle due definizioni, e potrà insieme godere della di lui maravigliosa evidenza, e natural felicità nello spiegare materie simili scientifiche, per lo cui mezzo, & in questa, e nell'altre famose opere sue, egli à nobilmente onorato, e arricchito la Toscana favella, non men di quello che egli abbia mirabilmente illustrato, e promosso le matematiche Discipline, e con le molte sue evidentissime dimostrazioni remote dalle comuni delle Scuole, posto in libertà l'innocente Filosofia, che quivi per tanti Secoli fu tenuta miseramente soggetta ad un solo uomo, il quale non è da creder si presumesse che altri, senza l'armi della Geometria, e dell'Esperienza, giunger potesse mai ad arrestarla, non che a vincerla, e soggiogarla.

PRINCI-

PRINCIPIO DELLA QUINTA GIORNATA DEL GALILEO

Da aggiugnerfi all'altre quattro de' Discorsi, e Dimostrazioni
Matematiche intorno alle due nuove Scienze
appartenenti alla Meccanica, & a'
Movimenti locali.

INTERLOCUTORI.

Salviati, Sagredo, e Simplicio.

Salv.



RANDISSIMA è la consolazione, ch'io sento nel vedere, dopo l'interposizione di qualch'anno, rinnovata in questo giorno la nostra solita Adunanza. So che l'ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale che non fa stare in ozio, però mi persuado che egli non avrà mancato di fare, nel tempo della nostra lontananza, qualche riflessione sopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell'ultima Giornata de' nostri passati colloquj. Io, che dalla virtuosa conversazione di V. S. & anco del nostro Sig. Simplicio, ò sempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova considerazione sopra le cose del nostro Autore già lette da noi. Così daremo principio a gli usati discorsi per passar questa Giornata nell'occupazione di virtuoso trattenimento.

Sagr. Non nego a V. S. che in questi anni mi sieno passati per la fantasia varj pensieri sopra le novità dimostrate da quel buon Vecchio, intorno alla sua Scienza del moto sottoposta, e ridotta da lui alle dimostrazioni della Geometria. Et ora, poichè ella così comanda, procurerò di rammentarmi qualche cosa, e darò a lei occasione di beneficiare il mio 'ntelletto co' suoi dotti ragionamenti.

Per

Per cominciar dunque per ordine dal principio del Trattato de' moti proporrò a V. Sig. uno scrupolo mio antico rinnovatomi nel considerare la dimostrazione, che l'Autore apporta nella sua prima proposizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi, e moderni Scrittori) per via degli ugualmente multipli. Questa è una certa ambiguità, che io ò sempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono sesta definizione del quinto Libro d'Euclide. Stimo mia somma prosperità d'aver potuto incontrare occasione di conferir questo dubbio con V. Sig. del quale spero dover restar totalmente liberato,

Simpl. Anzi che io ancora riconoscerò questo nuovo abboccamento con le SS. VV. per beneficio singolare della fortuna, se mi succederà di poter ricever qualche luce intorno a questo punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il più duro ostacolo di questo in quella poca di Geometria, che io studiai già nelle Scuole da Gionanetto. Però ella s'immagini quanto sia per dovermi esser caro, se dopo tanto tempo sentirò intorno a questo particolare qualche cosa di mia soddisfazione.

Sagr. Dico dunque, che avendo sentito nel dimostrar la prima proposizione dell'Autore intorno al moto equabile adeprarsi gli ugualmente multipli conforme alla quinta, ovvero sesta definizione del V. Libro d'Euclide, & avendo io un poco di dubbio già antiquato intorno a questa definizione, non restai con quella chiarezza, che io avrei desiderato nella predetta proposizione. Ora mi sarebbe pur caro il poter intender bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza restar capace delle cose, che seguono intorno alla dottrina del moto.

Salv. Procurerò di soddisfare al desiderio di V. S. con addomesticare in qualche altra maniera quella definizione d'Euclide, e spianar la strada per quanto mi sarà possibile all'introduzione delle proporzionalità. In tanto sappia pure di aver avuto per compagni in questa ambiguità Vomini di gran valore, i quali per lungo tempo sono stati con la medesima poca soddisfazione, con la quale V. S. mi dice di ritrovarsi fino a questo giorno.

Io poi confesso, che per qualche anno dopo aver istudiato il V. Libro d'Euclide, restai involto con la mente nella stessa caligine. Superai finalmente la difficoltà, quando nello studiare le maravigliose Spirali d'Archimede, incontrai nel bel principio del Libro una dimostrazione simile alla predetta del nostro Autore.

Quell-

*Quando, e cō
qual occasione
souvernissere
al Galileo que-
sto speculazio-
ni.*

Quell'occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada più agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine, ed acquistare per me, ed anco per altri qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l'animo con qualche attenzione a questo proposito, & esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell'opportunità, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Supponghasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le difinì) che le grandezze proporzionali si trovino. Cioè che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto, o quella relazione di quantità, che à la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi che per dare una definizione delle suddette grandezze proporzionali, la quale produca nell'animo del Lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte, e quella per appunto, che si stima la più intelligibile anco dal Volgo non introdotto nelle Matematiche. Così fece Euclide stesso in molt'altri luoghi. Sovvengavi, che egli non disse, il Cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rette, il rettangolo sotto le parti dell'una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell'altra: ovvero dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quand'anche così avesse detto sarebbero state buone definizioni. Ma mentre egli sapeva un'altra passione del Cerchio più intelligibile della precedente, e più facile da formarsene concetto, chi non s'accorge che egli fece assai meglio a mettere avanti quella più chiara, e più evidente come definizione, per cavar poi da essa quell'altre più recondite, e dimostrarle come conclusioni?

Sagr. Per certo che così è, & io credo che rari faranno gl'ingegni, i quali totalmente s'acquetino a questa definizione, se io con Euclide dirò così.

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente moltiplici, della prima, e della terza, presi secondo qualunque moltiplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare, o pareggiare gli ugualmente moltiplici della seconda, e della quarta.

E chi è quello d'ingegno tanto felice, il quale abbia certezza, che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali gli ugualmente moltiplici s'accordino sempre? Ovvero chi sa, che quegli ugualmente moltiplici, non s'accordino sempre anco quando

Supposizione.

do le grandezze non sieno proporzionali? Già Euclide nelle precedenti definizioni aveva detto.

La proporzione tra due grandezze essere un tal rispetto, o relazione tra di loro, per quanto si appartiene alla quantità.

Ora avendo il Lettore concepito già nell'intelletto, che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sarà difficil cosa che egli possa intendere, che quel rispetto, o relazione che è fra la prima, e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto, o relazione, che si trova fra la terza, e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multipli della prima, e della terza s'accordan sempre nella maniera predetta con gli ugualmente multipli della seconda, e della quarta nell'esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Comunque ciò sia, parmi questo d'Euclide più tosto un Teorema da dimostrarsi, che una definizione da premetterfi. Però avendo io incontrato tanti ingegni, i quali anno arrenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare con la definizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella Geometria, e procederò in questo modo.

*Definizione
delle grandezze
proporzionali
tra loro
commensura-
bili.*

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione, che à la terza alla quarta, quando la prima sarà eguale alla seconda, e la terza ancora sarà eguale alla quarta. Ovvero quando la prima sarà tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Trovera dubbio alcuno il Signor Simplicio nell'intender questo?

Simpl. Certo che nò.

Salv. Ma perche non sempre accaderà, che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egualità, ovvero multiplicità precisa, procederemo più oltre, e domanderò al Signor Simplicio. Intendete voi che le quattro grandezze allora sieno proporzionali quando la prima contenga per esempio tre volte, e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte, e mezzo la quarta?

Simpl. Intendo benissimo fin qui, ed ammetto che le quattro grandezze sieno proporzionali, non solo nel caso esemplificato da V. S. ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di multiplicità, o superparziente, o superparticolare.

Salv. Per raccogliere dunque ora in breve, e con maggiore universalità tutto quello che si è detto, & esemplificato fin qui, diremo che.

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro,

loro, quando l'eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sarà simile all'eccesso della terza sopra la quarta.

Simpl. Fin qui non avrei difficoltà, ma mi pare, che V. S. in questa maniera non apporti la definizione delle grandezze proporzionali se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poichè ella suppone, che la prima ecceda la seconda, e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

Salv. Rispondo, che quando V. S. avrà le quattro grandezze in tal modo, che la prima sia minor della seconda, e la terza minor della quarta, allora sarà la seconda maggior della prima, e la quarta maggior della terza. Però V. S. le consideri con quest'ordine inverso, e s'immagini, che la seconda sia prima, e la quarta sia terza. Così avrà le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrà bisogno di cercare allora definizione diversa dalla già apporata da noi.

Sagr. Così è per appunto. Ma seguiti V. S. per grazia col presupposto già fatto di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare che faciliti assai a lei il discorso, & a noi l'intelligenza.

Salv. Stabilita questa per definizione soggiugnerò anco in qual altro modo s'intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali, & è questo. Quando la prima per avere alla seconda la medesima proporzione, che la terza alla quarta, non è punto nè maggiore nè minore di quello, che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta. Con questa occasione definirei ancora la proporzione maggiore, e direi così.

Ma quando la prima grandezza sarà alquanto più grande di quel che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta, allora voglio che convenghiamo di dire, che la prima abbia maggior proporzione alla seconda di quella che à la terza alla quarta.

Simpl. Bene, ma quando la prima fosse minore di quel che ella dovrebbe esser per avere alla seconda quella medesima proporzione che à la terza alla quarta?

Salv. Mentre la prima sia minor di quel che si ricercerebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione, che à la terza alla quarta, sarà segno evidente che la terza è maggior del

Defin. generale delle grandezze proporzionali, o commensurabili tra loro, o incommensurabili.

Altro modo di definire le grandezze proporzionali.

Defin. delle grandezze non proporzionali, o commensurabili, o incommensurabili.

giusto per aver alla quarta quella tal proporzione, che à la prima alla seconda. Però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l'ordine in altro modo, e s'immagini che quelle grandezze, che erano terza, e quarta diventino prima, e seconda, e quell'altre che erano prima, e seconda V. S. le riponga ne' luoghi della terza, e della quarta.

Sagr. Fin' ora intendo benissimo il concetto di V. S., e l'introduzione, con la quale ella dà principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose, cioè, o di dimostrare con questi suoi principj tutto il quinto d'Euclide, ovvero di dedurre da queste due definizioni poste da V. S. quell'altre due, che Euclide mette per quinta, e per settima fra le definizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto Libro. Se V. S. dimostrerà queste come conclusioni non mi resterà più che desiderare intorno a questa materia.

Salv. Questa per appunto è l'intenzion mia, poiche quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima definizione, gli ugualmente multipli della prima, e della terza s'accordano eternamente per necessità in pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multipli della seconda, e quarta, allora senz'altra scorta si può entrare nel quinto Libro d'Euclide, e si possono intender con evidenza i Teoremi delle grandezze proporzionali. Così ancora se con la posta definizione della proporzion maggiore dimostrerò che, in qualche caso, presi gli ugualmente multipli della prima, e della terza, & anco della seconda, e della quarta, quel della prima ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrà con questa dimostrazione scorrere gli altri Teoremi delle grandezze sproporzionali. Poiche questa nostra conclusione sarà per appunto la definizione, della quale, come per principio, si serve Euclide stesso.

Simpl. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente multipli, cioè che, mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente s'accordano nel pareggiare, o eccedere, o mancare; o che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto 'l quinto degli Elementi Geometrici.

Salv. Ora ditemi Sig. Simplicio, se noi supporremo che le
quattro

quattro grandezze A, B, C, D, sieno proporzionali, cioè che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione che la terza C à verso la quarta D, intendete voi che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione che due delle terze verso la quarta.

A. B.
C. D.

Affirma.

Simpl. Io l'intendo assai bene, imperciocchè mentre una prima alla seconda à la medesima proporzione che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzione diversa da quella che anno due delle terze alla quarta.

Il medesimo
Axioma più
universale
è spiegato.

Salv. Adunque mentre V. S. intende questo, intenderà ancora che quattro, o dieci, o cento delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione, che anno quattro, o dieci, o cento delle terze ad una quarta.

Simpl. Certo che sì, e purchè i numeri delle moltiplicità sieno uguali, facilmente apprendo, che la prima presa due volte, o dieci, o cento, avrà la stessa proporzione verso la seconda che à la terza presa anch'essa due volte, o dieci, o cento, verso la quarta. Sarebbe ben difficile persuadermi il contrario.

Salv. Non è dunque ardua cosa il capire, che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda che à l'ugualemente multiplice della terza alla quarta. Cioè che la prima moltiplicata quante volte ci pare abbia alla seconda quella proporzione stessa, che à la terza moltiplicata altrettante volte verso la quarta. Ora tutto quello che io ò esemplificato fin quì con moltiplicare le grandezze antecedenti, ma non già le conseguenti, immaginatevi che sia detto anco intorno al moltiplicare le conseguenti solamente senza punto alterare l'antecedenti, e ditemi. Credete voi che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzione diversa da quella che à la terza a due delle quarte?

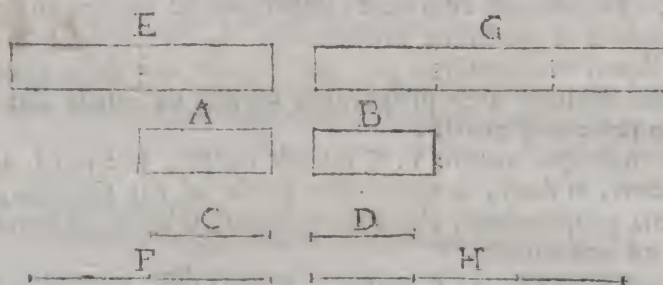
Simpl. Credo assolutamente di nò; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione che una terza à verso la quarta, intendo assai bene che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci delle seconde, avrà quella medesima proporzione che à la stessa terza verso due, o quattro, o dieci delle quarte.

I 2

Salv. Am-

PROP. I.
che è la quarta
del V. d'Eucl.

Salv. Ammettendo dunque voi questo, confessate di restar appagato, e d'intender con facilità che date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, e moltiplicate egualmente la prima, e la terza, quella proporzione che à il multiplice E della prima A alla seconda B la stessa ancora abbia precisamente l'ugualmente multiplice F della terza C alla quarta D. Immaginatevi dunque che queste sieno le nostre quattro grandezze proporzionali E, B, F, D,



cioè il multiplice E della prima sia prima, la seconda stessa B sia seconda, il multiplice poi F della terza sia terza, e la quarta D sia quarta. V. S. mi à anco detto di capire che moltiplicandosi egualmente le conseguenti B, D, cioè la seconda, e la quarta senza alterar punto le antecedenti, la medesima proporzione avrà la prima al moltiplicato della seconda, che la terza al moltiplicato della quarta. Ma queste quattro grandezze saranno per appunto E, F, ugualmente multipli della prima, e della terza, e G, H, egualmente multipli della seconda, e della quarta.

COROLL.
che è il conver-
so della defin.
del V. degli
Elementi.

Sagr. Confesso che di ciò resto interamente appagato, & ora intendo benissimo la necessità, per la quale gli ugualmente multipli delle quattro grandezze proporzionali eternamente s'accordano nell'essere o maggiori, o minori, o eguali, &c. Poichè, mentre pressì gli ugualmente multipli della prima, e della terza, e gli ugualmente multipli della seconda, e della quarta V. S. mi dimostra che il multiplice della prima al multiplice della seconda à la medesima proporzione che il multiplice della terza à verso il multiplice della quarta, scorgo manifestamente, che quando il multiplice della prima sia maggiore del multiplice della seconda, allora il multiplice della terza dovrà necessariamente (per servir
la

la proporzione) esser maggiore del multiplice della quarta. Quando poi sia minore, ovvero uguale, anche il multiplice della terza dovrà esser minore, ovvero uguale al multiplice della quarta.

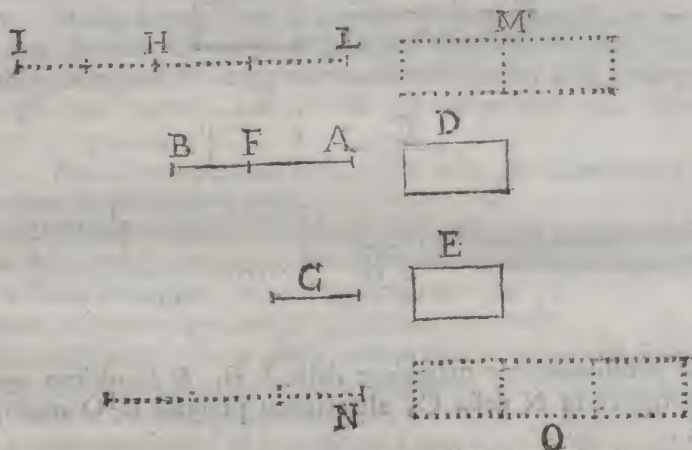
Simpl. Io ancora non sento in ciò repugnanza veruna. Resto bene con desiderio d'intendere come (supposte le quattro grandezze sproporzionali) sia vero, che gli ugualmente multiplici non servino sempre quella concordanza, nell'esser maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Io in questo ancora procurerò, che V. S. abbia compiuta soddisfazione.

Pongansi le quattro grandezze date A B, C, D, E, e sia la prima A B, alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere per avere alla seconda C quella medesima proporzione, che à la terza D alla quarta E. Mostrerò che presi in certa particolar maniera gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, e presi altri ugualmente multiplici della seconda, e quarta, quel-

PROP. II.

che è il Cōverso della 7. distn. del V. d'Eucl.



lo della prima si troverà maggiore di quello della seconda, ma quello della terza non sarà altrimenti maggiore di quello della quarta, anzi lo dimostrerò esser minore.

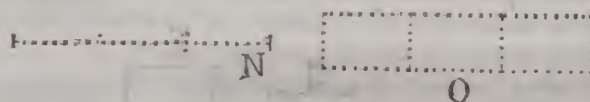
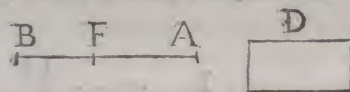
Intendasi dunque esser levato dalla prima grandezza A B, quell'eccesso, il quale la faceva maggiore di quanto ella dovrebbe essere,

tere, acciò fosse precisamente proporzionale, e sia tale eccello l'F B. Resteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà la medesima proporzione, che à la D alla E.

Moltiplichisi F B tante volte ch'ella sia maggior della C, e sia quello multiplice il segnato H I. Prendasi poi H L altrettante volte multiplice della A F, e la M della D, quante volte per appunto l'H I sarà stata presa multiplice della F B. Stante questo non è dubbio alcuno, che tante volte sarà multiplice la composta L I della composta A B, quante volte la H I della F B, ovvero la M della D è multiplice.

Prendasi ora la N multiplice della C con tal legge, che la stessa

I H L M



fa N sia prossimamente maggiore della L H, & in ultimo quanto sarà multiplice la N della C, altrettanto pongasi la O multiplice della E.

Ora essendo la multiplice N prossimamente maggiore della L H, se noi dalla N intenderemo esser levata una delle grandezze sue componenti (che sarà eguale alla C) resterà il residuo non maggiore della L H. Se dunque alla stessa N renderemo la grandezza eguale alla C, (che intendemmo esser levata) & alla L H, che è non minore di detto residuo aggiungeremo la H I, che pure è maggiore dell' aggiunta alla N, sarà tutta la L I maggior della N.

Ecco

Ecco dunque un caso, nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze A, F, C, D, E, fatte proporzionali da noi, & essendosi presi gli ugualmente multipli L, H, & M della prima, e della terza, & N, & O della seconda, e della quarta, saranno essi (per le cose già stabilite di sopra) sempre concordi nell'esser maggiori, o minori, o uguali. Però essendo il multiplice L, H della prima grandezza minore del multiplice N della seconda, per la nostra costruzione, sarà anco il multiplice M della terza minore necessariamente del multiplice O della quarta.

Si è per tanto provato che mentre la prima grandezza sarà alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere, per avere alla seconda la stessa proporzione, che à la terza alla quarta, allora sarà possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multipli della prima, e della terza, & altri ugualmente multipli della seconda, e della quarta, e dimostrare che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta.

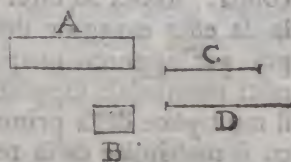
Sagr. Molto bene è inteso quanto V. S. à dimostrato fin qui. Resta ora che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni le due controuerse definizioni d'Euclide, il che spero gli sarà facile, avendo di già dimostrati due Teoremi conversi di quelle.

Salv. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la 5. definizione io procederò così.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multipli della prima, e terza presi secondo qualunque multiplicità sempre si accorderanno nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere gli ugualmente multipli della seconda, e della quarta rispettivamente, io dico che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.

Imperciocchè sieno (se è possibile) non proporzionali. Adunque una delle antecedenti sarà maggior di quello che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione, che à l'altra antecedente alla sua conseguente. Sia per esempio la segnata A. Adunque per le cose già dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multipli della A, e della C, in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multipli delle B, D, nel modo che si è insegnato, si

mo-



PROP. III.

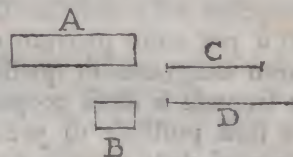
che è la defn. 5 del V. d'Eucl.

mostrerà la multiplice di A maggior della multiplice di B, ma la multiplice di C non sarà altrimenti maggiore, ma minore della multiplice di D, che è contro al supposto fatto da noi.

PROP. IV.

*che è la 7. dif.
del 7. d'Eucl.*

Per dimostrar la settima definizione dirò così. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D., e suppongasi, che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multipli delle due antecedenti prima, e terza, e gli ugualmente multipli delle due conseguenti seconda, e quarta, suppongasi dico che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D. Io dico che la A alla B avrà maggior proporzione che la C alla D. Cioè che la A sarà alquanto maggiore di quel ch'ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione che à la C alla D.



Se è possibile non sia A maggior del giusto: sarà dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale, sarebbero, per le cose già provate, gli ugualmente multipli della prima, e della terza presi in qualunque modo sempre concordi nel pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multipli della seconda, e della quarta; il che è contro alla supposizione.

Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno, che la terza sarebbe maggiore del suo dovere, per avere alla quarta quella proporzione, che à la prima alla seconda. Allora io direi che si levasse dalla terza quell'eccesso, che la fa esser maggior del giusto. E però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multipli particolari supposti da principio, è manifesto, che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sarà maggior del multiplice della quarta. Adunque se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente ripiglieremo l'ugualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sarà maggior che non era il multiplice di quella rimanente; e però sarà questo stesso molto maggiore di quel della quarta. Il che è contro la supposizione.

Sagr. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V.S. in materia, nella quale io n'avevo già lungo tempo bisogno:

Nè

nè saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io procurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto più avendo io inteso, che ella la conferiva a diversi Amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua Villa. Ma seguitiamo di grazia i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

Simpl. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

Salv. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte, e riordinare tutto il quinto d'Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga, e troppo lontana dal nostro principale intento. Oltre che io so, che le SS. VV. averanno veduto di simili compendj stampati da altri Autori.

Ora essendosi considerate fin qui a riquisizione delle SS. VV. le definizioni quinta, e settima del quinto Libro, spero che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un' antica mia osservazione sovvenutami sopra un' altra definizione d'Euclide medesimo. Il soggetto non sarà diverso dall'incominciato, e non parerà alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzione composta, la quale vien maneggiata spesso volte dal nostro Autore ne' suoi Libri.

Trovasi fra le definizioni del sesto Libro d'Euclide la quinta della proporzione composta, la quale dice in questo modo.

Allora una proporzione si dice comporsi di più proporzioni, quando le quantità di dette proporzioni moltiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione.

*Defin. 5. del
sesto Libro
d'Euclide.*

Osservo poi che nè il medesimo Euclide, nè alcun' altro Autore antico si serve della stessa definizione nel modo, nel quale ell'è stata posta nel Libro: onde ne seguono due inconvenienti, cioè al Lettore difficoltà d'intelligenza, ed allo Scrittore nota di superfluità.

Sagr. Questo è verissimo, ma non mi par probabile, che la suprema accuratezza d'Euclide abbia fra' suoi Libri posta questa definizione inconsideratamente, & in vano. Però non farei affatto fuor di sospetto, che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorte, che ella oggidì non si riconosca più, mentre dagli Autori si pone in opera nel dimostrare i Teoremi.

Simpl. Che gli altri Autori non se ne servano, io lo crederò alle

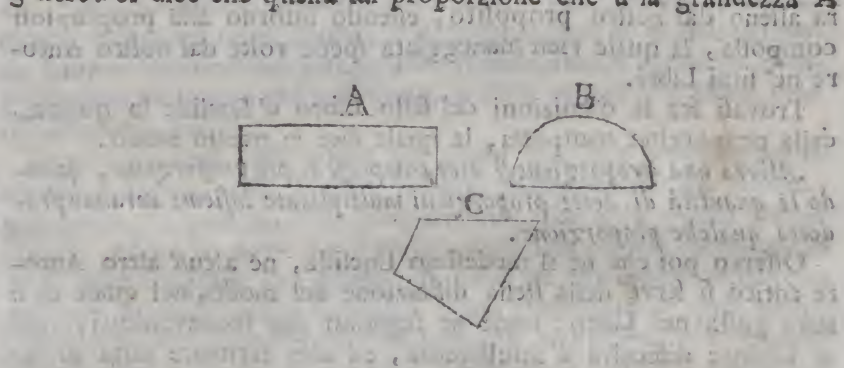
K

alle SS. VV. non avendovi fatto molto studio: mi dispiacerebbe bene se da Euclide stesso, il quale viene stimato da voi altri per tanto puntuale nelle sue scritture, fosse stata posta indarno. Ma qui bisogna poi ch'io confessi come l'intelletto mio, il quale non si è mai più che mediocrementemente inoltrato nella Matematica, à incontrato difficoltà intorno a questa definizione, forse non minore, che nelle già spianate dal Sig. Salviati.

Mi aiutai un tempo fa con legger lunghissimi Comenti scritti sopra queste materie; ma per dire il vero, non conobbi giammai che mi si sgombrassero quelle tenebre che mi tenevano offuscato l'intelletto. Però se V. S. avesse qualche particolar considerazione, che mi facilitasse questo ancora, l'assicuro che mi farebbe un favore molto segnalato.

Salv. Forse ella si presuppone che questa sia materia di profonde speculazioni, e pur troverà che non consiste in altro che in un semplicissimo avvertimento.

S'immagini V. S. le due grandezze A, B, dello stesso genere. Avrà la grandezza A alla B una tal proporzione: e dopo concepisca esser posta fra di loro un'altra grandezza C pur dello stesso genere. Si dice che quella tal proporzione che à la grandezza A



alla B viene ad esser composta delle due proporzioni intermedie, cioè di quella che à la A alla C, e di quella che à la C alla B. Questo è per appunto il senso, secondo il quale Euclide si serve della predetta definizione.

Simpl. E' vero che Euclide intende in questo modo la proporzione composta, ma però non intend'io, come la grandezza A alla B abbia proporzion composta delle due proporzioni, cioè della A alla C, e della C alla B.

Salv. Ora

Salv. Ora ditemi, Sig. Simplicio, intendete voi che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella sia?

Simpl. Essendo esse del medesimo genere, Signor sì.

Salv. E che quella proporzione sia immutabile, e non possa mai essere altra, o diversa da quella che ell'è?

Simpl. Intendo questo ancora.

Salv. Vi soggiungo ora io, che nello stesso modo per appunto l'A alla C à una proporzione immutabile, e così anco la C alla B. La proporzione, poi, che è fra le due estreme A, e B, si chiama esser composta delle due proporzioni, che mediano fra esse estreme, cioè di quella che à la A alla C, e di quella che à la C alla B.

Aggiungo di più, che se V. S. fra queste grandezze A, e B, s'immaginerà che sia frapposta non una grandezza sola, ma più d'una, come ella vede in questi segni A. C. D. B, s'intenderà pure la proporzione della A alla B esser composta di tutte le proporzioni, le quali sono intermedie fra di esse, cioè delle proporzioni che anno la A alla C, la C alla D, e la D alla B; e così se più fossero le grandezze sempre la prima all'ultima à proporzione composta di tutte quelle proporzioni, le quali mediano fra di esse.

Avvertisco ora in quest'occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio sieno le stesse, allora la prima all'ultima avrà, come di sopra aviamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perchè quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all'ultima à una proporzione tanto moltiplice della proporzione che à la prima alla seconda, quante per appunto saranno le proporzioni, che si frappongono fra la prima, e l'ultima. Come per esempio se fossero tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima, e la seconda che è fra la seconda, e la terza, allora sarebbe vero, che la prima alla terza avrebbe proporzione composta delle due proporzioni, le quali sono fra la prima, e la seconda, e fra la seconda, e la terza: ma perchè queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrà dirsi che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione che à la prima alla seconda. Così, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, & ancora che è tri-

K 2

plicata

Defin. da por-
si in luogo del-
la 5. defin del
Pl. d'Euclide.

*plicata della proporzione della prima alla seconda, venendo composta
al proporzione, che è la prima alla quarta, della proporzione della
prima alla seconda tre volte presa, &c.*

Ma qui finalmente non vanno contemplazioni nè dimostrazioni, imperciocchè è una semplice imposizione di nome. Quando a V. S. non piacesse il vocabolo di composta, chiamiamola incomposta, o impastata, o confusa, o in qualunque modo più aggrada a V. S., solo accordiamoci in questo, che quando poi avremo tre grandezze dello stesso genere, & io nominerò la proporzione incomposta, o impastata, o confusa, vorrò intendere la proporzione che anno l'estreme di quelle grandezze, e non altro.

Sagr. Tutto questo intendo benissimo: anzi è più d'una volta osservato l'artificio d'Euclide nella proposizione, dove ci dimostra, che i parallelogrammi equiangoli anno la proporzione composta delle proporzioni de' lati. Egli si trova in quel caso aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che sono i quattro lati de' parallelogrammi: però comanda, che quelle due proporzioni si mettano in tre termini solamente; sicchè una di quelle proporzioni sia fra l'primò termine, e l' secondo; l'altra fra l' secondo, e l' terzo. Nella dimostrazione poi, non fa altro se non che e' dimostra che l'un parallelogrammo all'altro è come l' primo termine al terzo. Cioè la proporzione composta di due proporzioni, di quella che è il primo termine al secondo, e dell'altra, che è il secondo al terzo, le quali sono quelle due proporzioni, che prima egli aveva disgiunte ne' quattro lati de' parallelogrammi.

Salv. V. S. discorre benissimo. Ora intesa, e stabilita la definizione della proporzione composta in questo modo (la quale non consiste in altro fuori che nell'accordarsi, che sorta di roba noi intendiamo sotto quel nome) si può dimostrare la proposizion ventitre del sesto Libro d'Euclide, come la dimostra egli stesso, perchè quivi ci non suppone la definizione nel modo, nel quale ell'è divulgata, ma ben sì nel modo detto sopra da noi. Dopo la nominata proposizion 23. io soggiugnerei come Corollario di essa la divulgata definizione quinta del sesto Libro della proporzione composta, tramutandola però in un Teorema.

Pongansi due proporzioni, una delle quali sia ne' termini A, B, l'altra ne' termini C, D. Dice la definizione vulgata che la proporzione composta di queste due proporzioni si avrà se noi moltiplicheremo fra di loro le quantità di esse proporzioni. Io con-

corro

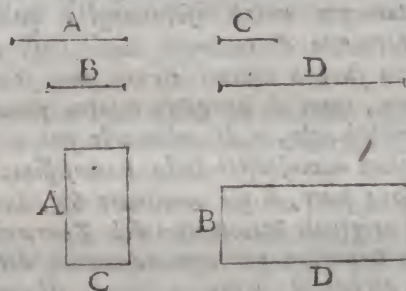
PROP. V.

*che è la 5. def.
del VI. d'Eucl.*

corro col Sig. Simplicio nel credere che questa sia una proposta difficile da capirsi, e bisognosa di prova; però con poca fatica noi la dimostreremo così.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre grandezze, immaginiamoci che e' sieno posti in linee rette. Facciasi poi delle due antecedenti A, B, un rettangolo, siccome delle due conseguenti C, D, un'altro rettangolo. E' chiaro, per la 23. del sesto d'Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C, al rettangolo dalle B, D, avrà quella proporzione che è composta delle due proporzioni A verso B, e C verso D, le qua-

Qui si suppone saperli quali sieno le quantità delle proporzioni, e come s'intenda il moltiplicarle fra loro: ma il tutto meglio apparisce dal costruire, e dimostrare la presente proposizione.



li son quelle due, che ponemmo da principio a fine di ritrovare qual fosse la proporzione che risultava dalla comparazione di esse. Essendo dunque la proporzione composta delle proporzioni A verso B, e C verso D quella che à il rettangolo A C al rettangolo B D, per la suddetta proposizion 23. del sesto, io domando al Sig. Simplicio come abbiamo noi fatto per ritrovare questi due termini, ne quali consiste la proporzione, che si cercava da noi?

Simpl. Io non credo che si sia fatt' altro, se non formar due rettangoli con quelle quattro linee poste da principio; uno cioè con le antecedenti A, C, e l'altro con le conseguenti B, D.

Salv. Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della Geometria corrisponde per appunto alla moltiplicazione de' numeri nell' Arimetica, come fa ogni Matematico, anche principiante, e le cose che noi abbiamo moltiplicate sono state le linee A, C, e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poste proporzioni.

Ecco dunque, come moltiplicando insieme le quantità, o le valute delle date proporzioni semplici, si produce la quantità, o la valuta della proporzione, la quale poi si chiama composta di quelle.

Non

NON più oltre passa il disteso di questa quinta Giornata del Galileo. Ma perche (come saggiamente ne somministra il Serenissimo, e Reverendissimo Signor PRINCIPESSE CARDINAL DE' MEDICI, mio Sig.) bramerà quì il Lettor di sapere ciò che conter si doveva nel rimanente di questo Dialogo, e di qual' altre speculazioni ci privasse la deplorabil perdita dell' Autore; e dalla continua applicazione della medesima Alt. Reverendiss. in favorir le lettere, e gli studiosi, ne vien' ancora largito 'l modo di poter in questa parte apparere del Galileo stesso scritte ad un Letterato Franzese, e per antica origine di Toscana, non m' abuserò delle grazie di tanto Principe, ma quì immediatamente andrò riferendogli, quali Sua Altezza Reverendiss. mi permette di ricavar dagli stessi originali, che dal medesimo Letterato furono inviati alcuni anni sono all' A. S., la quale di esse lettere, come di prezioso tesoro, procurò far raccolta, con pensiero di pubblicarle, e di collocarle poi a perpetua memoria fra gli altri singolari manoscritti della Famossissima Libreria Medicea di S. Lorenzo; dove pure, il già nominato Sig. Serenai (come Custode degli scritti originali Matematici del Torricelli non pubblicati) & io (come Deputato per comandamento del Sereniss. GRAN DUCA FERDINANDO II. d' eroica fama, alla rrvisione, & ordinazione de' medesimi scritti) per maggiormente onorar il nome del nostro comune Amico, e per reciproca soddisfazione risolvemmo già di procurare che questi originali del Torricelli, dopo stampati, ricevuti fossero, e fatti custodire; siccome ne concedè allor umanissimo beneplacito la prefata Altezza Serenissima e confermatomi adesso benignamente dal SERENISSIMO GRAN DUCA COSIMO Regnante, Generosissimo Mecenate, e mio Vnico, e Clementissimo Signore.

Da' seguenti Capitoli dunque trasportati da esse lettere originali le più interamente scritte, e l' altre sottoscritte di propria mano del Galileo, e tutte esistenti in quelle di S. Altezza Reverendissima, s' intenderà, come dalla viva voce di esso Galileo, ciò che dopo l' ultima, e massima dell' opere sue stampate lui vivente (quella cioè della Meccanica, e de' moti locali) gli restò per ultimo di scrivere, e di pubblicare, e s' aggiungeranno ancora altre notizie per soddisfare i Curiosi di quanto saper si possa in questo particolare, avvertendogli che per rimuovere ogni confusione, tutti i millesimi delle date riferiti da me in questi Capitoli, siccome nel resto del racconto, e di questo Trattato, per quello che riguarda a mesi di Gennaio, Febbraio, e Marzo, gli horidotti dallo stil Fiorentino, che è dall' Incarnazione, allo stil Romano, che è dalla Natività di N. S.

C A P I.

CAPITOLI DI LETTERE
DEL GALILEO
AD VN LETTERATO FRANZESE.

Per le quali si à notizia dell'Opere, che per ultimo
meditava di scrivere il medesimo Galileo.

*D' Arcetri in data de' 7. Marzo 1634. dopo altri
ragguagli così soggiugne il Galileo.*



ARRIVAI a Siena in Casa di Monsignor Arcivescovo Picco-
lomini, dove stetti cinque mesi trattato da Padre di S. Sig.
Illustrissima, & in continue visite de' Nobili di quella Cit-
tà, e quivi composi un Trattato d' un argomento nuovo in ma-
teria di Meccaniche, pieno di molte speculazioni curiose, ed uti-
li, &c. Per tanto V. S. si quieti, e consoli nel mio essere ancora
inistato di poter ridurre al netto l'altre mie fatiche, o pubblicarle.

*Da alcuni de' seguenti Capitoli s' inferisce il Trattato di Meccani-
che esser quello della resistenza de' solidi all' essere spezzati.*

*D' Arcetri li 25. Luglio 1634. dopo aver nominato
alcuni Oppositori che gli avevano scritto
contro così segue.*

A tutti questi miei Oppositori, che son molti, ò io pensiero di
rispondere, ma perchè l' esaminare a parte a parte le vanità di
tutti sarebbe impresa lunghissima, e di poca utilità, penso di fa-
re un Libro di postille come da me notate nelle margini di tali Li-
bri intorno alle cose più essenziali, ed a gli errori più manifesti,
e come raccolte da un' altro mandarle fuori; ma prima, piacendo
a Dio, voglio pubblicare i Libri del Moto, ed altre mie fatiche, co-
se tutte nuove, e da me anteposte all' altre fin' ora mandate in luce.

*Per altre sue fatiche nuove, oltre a detti libri del moto, intende,
come pur si vedrà appresso, il Trattato di Meccaniche nomina-
to nel primo Capitolo.*

D' Arce-

*D'Arcetri ne' 15. Marzo 1635. Soggiugne
quant' appresso.*

Aggiungnesi, ch'io vorrei pur che'l mondo vedesse, avanti che me ne parta io, il resto delle mie fatiche, le quali io vò riducendo al netto, e trascrivendo, ma perchè nel rileggerle lempre mi calcano in mente nuove materie, e la maniera dello scrivere in Dialogo mi porge assai conveniente attacco per inserirvele, l'opera mi va crescendo per le mani, e'l tempo diminuendosi.

Pe'l resto delle sue fatiche intende i suddetti Trattati delle resistenze, e del moto, che sono le due Scienze nuove da lui solo il primo sopra i lor veri principij fondate, promosse, e geometricamente dimostrate.

*D'Arcetri chiude una sua lunga lettera de' 9.
Giugno 1635. con le seguenti parole.*

Parte oggi il Serenissimo PRINCIPE MATTIAS per Alemagna, e porta seco una copia de i due primi Dialoghi de' quattro che mi restano da stampare, & a S. A. risoluto di volere egli stesso prendersi questa cura, e dedicargli a chi più gli piacerà. Questi contengono i frutti più stimati da me di tutti i miei studij, dove, coll'occasione di scrivere in Dialogo, ò avuto comodità d'inserirvi buon numero di contemplazioni tutte nuove, e perlopiù remote dalle opinioni comuni, come piacendo a Dio tra non molto tempo V.S. vedrà, alla quale intanto con vero affetto bacio le mani, come anco alli Signori Gaffendo, e Campanella.

I quattro Dialoghi soprannominati, che delle fatiche più pregiate de suoi studij gli rimanevano da stampare, molto bene ormai si comprende dal detto più volte fin qui esser quelli, che oggi si vedono sotto Titolo di Discorsi, e Dimostrazioni Matematiche della Meccanica, e de Moti Locali.

D'Arcetri de' 6. Dicembre 1636. fra gli altri particolari negozj scrive così il Galileo.

All' Illustrissimo Signor Conte di Noailles manderò quanto prima

ma un' Appendice d'alcune dimostrazioni di certe conclusioni de centro gravitatis solidorum, trovate da me essendo di età di 21. anno, e di due anni di studio di Geometria, le quali è bene che non si perdano.

Qui è da sapersi, che un mese, e mezzo prima del tempo della qui riferita Lettera, cioè verso la fine del precedente Mese di Ottobre 1636. il Gal. aveva presentato a questo Sig. Conte di Noailles (nel passar che fece questi da Poggibonsi di ritorno a Parigi dalla sua Ambasciata di Roma) una copia manoscritta de' medesimi Dialoghi, com' apparisce dalla Dedicatoria di essi, diretti ad esso Signore.

Tal manoscritto poi il medesimo Signor Conte fece pervenire nelle mani degli Elsevirj di Leida, i quali coll' ornatissime stampe loro lo pubblicarono nell' Anno 1638. col Titolo, come si disse, di Discorsi, e Dimostrazioni Matematiche della Meccanica, e de' moti locali &c.

D'Arcetri de' 24. Aprile 1637. all'altre
cose aggiugne.

Tra tanto V.S. supplica per me appresso il Signore de Carcavj, acciò mi dispensi dalla risposta ancora per alcuni giorni, e mentre S. Signoria Illustrissima farà metter mano alla stampa generale di tutte l'Opere mie, andrò riducendo al netto altre mie composizioni non ancor vedute, che saranno un Libro de Centro gravitatis solidorum, ovvero una mano di Problemi parte Fisici, e parte Matematici, ovvero un Libro di postille fatte a libri de' miei Oppositori, che son molti.

Il mentovato Illustrissimo Signor de Carcavj (che oggi, per la singular sua dottrina, e pienissima erudizione in ogni Scienza, e Letteratura, soprantende alla Biblioteca Regia, & è alla cura delle Medaglie della MAESTA' CRISTIANISSIMA DI LVI GI IL GRANDE mio Beneficentissimo, e Clementissimo Signore) nel trovarsi allora in Firenze, come devoto al gran nome del Galileo, e come delle Matematiche intendentissimo, si portò più volte in Arcetri per godere de' sapienti colloqui di quello, e tra gli altri onori che gli fece S. Signoria Illustrissima, cortesemente se gli offerse, e spesso anco per lettere lo confermò di voler

L

far

fare stampare a sue proprie spese in un sol volume tutte l'opere di lui fin' allora pubblicate, e l'altre ancora che egli avesse da pubblicare. Il che sia qui accennato per maggior intelligenza del detto di sopra, e di quel che seguirà poco appresso.

Tra le composizioni del Galileo, che in questo di non s' erano ancor vedute, il Libro de centro gravitatis solidorum, che ei dice qui di voler ridurre al netto per somministrarlo al Signor de Carcavj nella ristampa generale delle sue opere, è quello, del quale nel passato Capitolo (cioè intorno a quattro mesi prima) egli aveva promesso, che avrebbe mandato copia al Sign. Conte di Noailles.

Il Libro di postille è quello, di cui egli parlò nel Capitolo de' 25. Luglio 1634. e del quale, siccome de' Problemi Fisici, e Matematici qui nominati, fa egli nuova menzione ne' Capitoli, che ne seguono.

D' Arcetri ne' 6. Giugno 1637.

Quanto poi all'impresa, a che si apparecchiava il Signor Carcavj, come per altra ò scritto a V. S. non mi mancherà d'aggiugnere al resto delle mie opere altre cose di nuovo, e quando io veda qualche principio dell'opera manderò quanto sarà necessario.

Qui è luogo di far noto, che, essendochè gli Elseviri di Leida si esibiron di poi a far la ristampa general dell'opere del Galileo, dopo ch'elie fossero fatte latine, egli si applicò a tale traduzione, e desistè di mandare a gl'illustrissimi SS. di Noailles, e di Carcavj il detto Libro de centro gravitatis, &c. o altro di proprio, come qui promette; ma ben fu mandato esso libro a' medesimi Elseviri, che lo posero in fine della citata opera delle Meccaniche, e de' Moti, la quale già essi avevano sotto il Torcolo: e di qui è che l'Illustriss. Sig. de Carcavj sospese l'effettuazione del suo generoso disegno non, ostante le spese da lui fatte nell'intaglio in rame di gran quantità di figure.

Nel rimanente, l'altra lettera, che dice qui il Galileo di avere scritta, è quella de' 24. Aprile 1637. dalla quale è uscito il Capitolo precedente a questo, il quale, insieme con gli altri fin qui registrati, è copiato dagli originali di propria mano del Galileo. Gli altri che seguono, si son cavati dagli originali d'altre lettere tutte con la firma di mano similmente del Galileo, e dettate da

da questo ad un Rev. Sacerdote Fiorentino chiamato Messer Marco Ambrogetti, che per più d'un'anno, e mezzo egli tenne appresso di se per fare l'accennata traduzione di Toscano in Latino dell'opere sue già stampate, e compiacere all'istanze fattegliene da più parti.

D'Arcetri ne' 4. Luglio 1637.

Io poi mi ritrovo da cinque settimane in quà nel letto prostrato di forze grandissimamente, e questo per più cagioni. Prima per una purga fatta, la quale per le molte evacuazioni m'à reso languido. In oltre per l'età di 74. anni, che non lascia luogo a restauri, che possano refocillarmi; ed anco per la stagione ardentissima, la quale con insoliti caldi prosterne il vigore de' più robusti Giovani. Aggiungesi (proh dolor) la perdita totale del mio occhio destro, che è quello che à fatto le tante, e tante, siami lecito dire, gloriose fatiche. Questo ora, Signor mio, è fatto cieco, l'altro che era, ed è imperfetto, resta ancor privo di quel poco di uso, che ne trarrei, quando poteffi adoprarlo, poichè il profluvio d'una lacrimazione, che di continuo ne piove, mi toglie il poter far niuna, niuna, niuna delle funzioni, nelle quali si richiede la vista &c.

Con tutto che il Capitolo quì di sopra non attenga al dar notizie di opere del Galileo, ò voluto riferirlo come contenente l'avviso particolare d'un tanto infortunio, e come accennato di passaggio nel Capitolo che segue.

D'Arcetri ne' 7. Novembre 1637.

In piè di questa lettera è una poscritta di propria mano del Galileo.

Porgami per sua pietà la sua mano adiutrice, acciocchè sgravato da cure, che mi tengono oppresso, io possa tornare a distendere i miei Problemi spezzati Fisici Matematici, che sono in buon numero, e tutti nuovi, & oltre a questi, alle mie postille per difesa mia, dalle opposizioni, contradizioni, e calunnie di quegli che mi anno scritto contro, e cercato d'abbassare la mia reputazione: e sia certa, che io, così languido, e quasi cieco, farò che la mia penna mi sostenti; e se bene sono di così grave età, spero in DIO, e nel-

L. 2.

l'aria

84 C A P I T O L I D I L E T T E R E

l'aria perfetta, della quale io mi pasco, e respiro, di viver ancor tanto, ch'io possa prolungar la vita a' miei scritti, malgrado di coloro, che tanto rabidamente vanno procurando di seppellirgli.

I Problemi spezzati, e le postille, &c. sono tuttavìa quelle stesse cose, delle quali parlò il Galileo ne' Capitoli de' 25. Luglio 1634. e de' 24. Aprile 1637. e tratterà ancora più distintamente.

Il Letterato Franzese, al Galileo, con lettera de' 22. Dicembre 1637.

In oltre, circa a questo capo, aspetto anco da lei la Nota particolare dell' opere sue sin qui non stampate; però con la maggior prontezza, che potrà mi mandi il tutto, & io ricevendolo non vi perderò tempo.

La Nota, domandata ora al Galileo, si vedrà nell'ultimo Capitolo de' qui registrati.

D'Arcetri con lettera de' 2. Gennaio 1638.

Io ragguaglia del compassionevol caso della sua totale cecità: notizia, che, quantunque non faccia direttamente al proposito che si cerca, indirettamente vi concorre, e l'ò stimata anco degna di sapersi da Letterati.

In risposta all'ultima gratissima di V. S. delli 26. Novembre intorno al primo punto, ch' ella mi domanda attenente allo stato della mia fanità le dico, che, quanto al corpo, io era ritornato in assai mediocre costituzione di forze: ma aimè Signor mio! il Galileo, vostro caro Amico, e Servitore, da un mese in qua è fatto inreparabilmente del tutto cieco, talmentechè, quel Cielo, quel Mondo, e quell'Univerſo, ch' io con mie maravigliose osservazioni, e chiare dimostrazioni aveva ampliato per cento, e mille volte più del comunemente creduto da' Sapienti di tutti i Secoli passati, ora per mè si è sì diminuito, e ristretto, che e' non è maggiore di quello, che occupa la persona mia.

D'Arcetri

*D' Arcetri con Lettera de' 23. Gennaio 1638.
dettata al suo Amanuense Ambrogetti, e sottoscritta di propria mano, intorno al particolar della Nota delle sue opere non ancora stampate chiestagli con lettera de' 22. Dicembre prossimo passato, così risponde il Galileo.*

Quanto poi all'altre mie fatiche, sappia V. S. che io ò buon numero di Problemi, e questioni spezzate, tutte al mio consueto nuove, e con nuove dimostrazioni confermate. Sono ancora sul tirare avanti un mio concetto assai capriccioso, e questo è, di portare, pur sempre in Dialogo, una moltitudine di postille fatte intorno a' luoghi più importanti di tutti i Libri di coloro, che mi hanno scritto contro, & anco di qualche altro Autore, in particolare d' Aristotile, il quale nelle sue Questioni Meccaniche mi dà occasione di dichiarare diverse Proposizioni belle, ma molto più ancora me ne dà nel Trattato de Incessu Animalium: materia piena di cose ammirabili, come quelle che son fatte meccanicamente dalla Natura: e qui mostra essere assai manchevole, & in gran parte falsa la cognizione che dall' Autore ce ne vien data. E queste ultime mie Opere saranno, s'io non m'inganno, d'una gustosa, e curiosa lettura. O' di poi una mano d'Operazioni Astronomiche, parte delle quali acquistan perfezione dall'uso del Telescopio, & altre dalla maggiore squisitezza nella fabbrica degli Astronomici strumenti, mercè de' quali aiuti tutte l'osservazioni celesti potranno esser con notabile acquisto poste in opera.

Questo solo Capitolo di Lettere del Galileo (le quali sono appresso di S. Altezza Reverendissima) par che bastantemente dimostri con la Nota, che egli stesso richiestone, manda al Letterato Franzese, quali, in quel giorno de' 23. Gennaio 1638. fossero in generale gli argomenti delle rimanenti Opere sue, che allora in età di anni 74. e già cieco di circa due mesi prima, dopo l'impressione terminata in quell'anno delle quattro Giornate attenenti alle nuove Scienze della Meccanica, e de' Movimenti Locali, egli per ultimo aveva in animo di scrivere, con risoluzione di portar il tutto in Dialogo per pubblicarlo.

Tali argomenti, in sostanza, vedesi che quasi tutti sono quegli stessi nominati ancora ne' passati Capitoli, che in ristretto si riducono a' seguenti.

I. Buon

I. Buon numero di Problemi, e Questioni spezzate, nuove, e con nuove dimostrazioni confermate.

II. Postille, e note intorno a' luoghi più importanti de' Libri d'alcuni suoi Oppositori, e d'altri, & in specie d'Aristotile ne' Trattati delle Questioni Meccaniche, e del Moto degli Animali.

III. Vna mano d'Operazioni Astronomiche perfezionate dall'uso del Telescopio, e dalla squisitezza della fabbrica degli strumenti per tutte l'osseruazioni celesti.

Qui il Galileo non fa più menzione de' Libri del Moto, nè delle Meccaniche, nè meno dell'Appendice, o Libro del centro della gravità de' solidi nominati ne' suoi primi Capitoli, perchè in questo medesimo tempo il tutto era già fuori disteso in Dialogo in quattro Giornate, & in un'Appendice, stampato in Leida, come dicemo, dagli Elseuiri, &c.

Oltre poi alle soprannarrate materie in genere, egli pure nella quarta delle sopraddette Giornate trattante de' proietti, promesse a parte di voler trattare in un'altro congresso della forza della percossa, intorno alla quale esso quivi accennò qual cosa da fac. 263. a 265. & anco sul fine a fac. 287. e 288. della medesima impressione di Leida.

Qui ancora promesse a facce 284. di spiegar l'uso, e l'utilità delle catenuzze appese dall'estremità loro, le quali con la lor sacca, dice che naturalmente s'accomodano alla curvatura di linee prossimamente Paraboliche.

Questi son due di quegli, che egli chiama Problemi, o Questioni spezzate, i quali egli avrebbe disteso con gli altri della sua Nota, & il primo della percossa, non è dubbio che in molti più si sarebbe ancora diffuso, e diramato.

Rimarrebbe ora da sapersi, quali, e fino a che segno delle cose promesse in questa Nota restassero scritte alla morte del Galileo, e quel che poi ne sia stato. Per informazione di che, e di altro ancora, che grato riuscirà, procederò nella narratiua con l'ordine di que' particolari che mi son noti.

Ma prima sappiasi che dopo tal giorno de' 23. Gennaio 1638. sopravvisse il Galileo intorno a 4. anni, dentro al qual tempo patì d'una

d'una continua flussione di occhi molestissima; cadde più volte gravemente ammalato, e fu spesso travagliato da dolori artritici; oltre ad altre indisposizioni solite accompagnar la decrepità: ond'è ch'ei non potè applicar di proposito a dettar, e distendere questo residuo delle sue speculazioni; massimamentechè, dovendosi egli servire degli occhi altrui, non quegli di ciascheduno eran atti a supplire alla di lui impotenza, ma si richiedevano quei di Persona, la quale, non solamente gli fosse amorevole, ma in istato libero a segno di poter conviver con lui dov'ei dimorava, ed ancora (quanto ogn'altra cosa) erudita, e ben instrutta nelle Matematiche, e nelle Filosofiche Discipline, affinchè, appena ch'egli avesse spiegato il concetto suo, l'Amico poi nel distenderlo fosse abile a dargli forma convenevole, e perfezione.

NON ostante però la mancanza di tal Soggetto, e l'assidue afflizioni d'animo, e di corpo, quella in ispecie del trovarsi privo della vista, continuando egli, quasi per un altr'anno, a valersi della pena del suddetto R. P. Ambrogetti impiegata nel tradurre in latino l'Opere sue, dettò a questo la Relazione di quell'ultimo suo scoprimento celeste della titubazione della faccia Lunare, indirizzandola al già Signor Conte Alfonso Antonini di Vaine Commessario Generale della Cavalleria della Serenissima Signoria di Venezia, con ispiegarla in una lettera de 20. Febbraio 1638. l'original della quale alcuni anni sono mi fu consegnata dal nostro Sapientissimo Socrate il Sig. Priore Orazio Rucellai, d'immortal gloria degno, in nome dell'Eminenza Reverendissima del Sig. Cardinale Delfino, il quale (consapevole della mia applicazione in andar facendo raccolta di ciò che vada attorno del mio Maestro) per l'incomparabil sua umanità, e per sommamente onorarmi si degnò d'impiegar in ciò i suoi favori coll'impetrarmela dal Sig. Conte Danielle Antonini, degnissimo Nipote del sopradetto Sig. Alfonso, insieme con altra lettera del Sig. Paolo Aproino de 27. d'Ottobre 1612. di Treviso al già Sig. Conte Danielle, dove si parla del Galileo nel far menzione d'uno Strumento da multipl. car l'udito immaginato, e fabbricato dal medesimo Sig. Aproino; le quali lettere originali io conservo appresso di me in memoria di tanto onore.

SBRIGATOSI il detto R. Ambrogetti dalle traduzioni di tre dell'Opere del Galileo, cioè del Saggiatore, delle Macchie Solari, e delle Galleggianti (le quali anco per proprio esercizio aveva con somma chiarezza tradotte in latino il Sig. Senator Filippo Pandolfi, Amico intrinseco del Galileo, e nelle Matematiche versatissimo) se ne tornò in Firenze intorno alla fine dell'Anno 1638. Et

ET essendochè pochi mesi prima, in età mia di circa anni 16. io fossi assiduamente esortato, e quasi dissi infestato dal mio Maestro di Logica (il P. Lettor Sebastiano da Pietrasanta, gravissimo Teologo, e Confessore al presente di quest' ALTEZZA REVERENDISSIMA) à studiar anche la Geometria, asserendomi che da questa una continua, e perfettissima Logica si praticava, mi lasciai in fine persuadere a pigliarne qualche lezione dal P. Clemente di S. Carlo, Sacerdote delle Scuole Pie per dottrina, e per bontà amabilissimo, che in quel tempo era qui solo a insegnarla, ed era stato Discepolo del P. Francesco di S. Giuseppe della stessa Religione, il quale attualmente instruiua allora nelle Matematiche la medesima ALTEZZA, e ne fu poi Lettor pubblico a Pisa, e Autore di quell'ingegnoso Trattato della Direzione de Fiumi, che si vede fuori sotto nome di D. Famiano Michelini.

GVSTATA appena ch'io ebbi l'evidenza delle prove Geometriche, ben mi accorsi quanto vere fossero le Massime di que' due miei Maestri (a quali io conservo tuttavia gratissima obbligazione.) del primo cioè, che nella sola Geometria sia riposto ogni vero scibile, per mezzo dimostrativi, dall'umano intelletto: e dell'altro, che qualunque mediocre ingegno può molto felicemente intender l'Opere, e le proprietà dimostrate da Geometri senz' aiuto d'alcun Maestro, come che questi non possa a gli Scolari giovar in altro, che in mostrar loro a principio la regola del leggerle, e l'ordine, e'l modo dello studiarle. Et in vero, fondandosi le Dimostrazioni Matematiche sopra alcuni pochi principi, la scienza de quali nasce con noi medesimi, e camminando quelle con discorso ordinato d'una Logica rigorosa, e per mezzo di necessarie conclusioni dipendenti l'una dall'altra, è forzato ancora il Maestro, s'e' non vuol confonder l'intelletto dello Studente, di spiegarle in quel modo appunto, in che le spiega l'Autore stesso, essendochè ogni poco di più sia superfluo, e difettivo ogni meno. Altro dunque non fa il Maestro, che risparmiare a Discepoli l'affaticarsi gli occhi nella lettura, e la mente, e la testa nel dover applicar interrottamente, ora al discorso, & ora a' caratteri, & a' segni delle figure, dal qual risparmio però non così spesso adiviene, ch'altri ne ritragga profitto vero, conoscendosi che l'unico mezzo di ben apprendere, e di possedere le Dimostrazioni geometriche sia quello del proprio studio, e non dell'altrui; per esser, al creder mio, fra queste due maniere d'erudirsi, molto maggior divario di quel ch'e' sia fra l'andar da se stesso con particolar curiosità, ed attenzione vedendo, e osservando 'l Mondo, e lo starsene semplicemente alle carte di Geografi, quantunque esatti, & a relazione di Scrittori più che fedeli.

MA

MA quì in grazia mi sia permesso, digredendo alquanto dal racconto, di far cuore al Giovane studioso, che, in mancanza d'un Direttore (il qual però, sul principio, io non biasimo a procurarfelo) voglia provarsi a veder da se stesso il primo Libro almeno d'Euclide, d'esposizion comentata la più chiara, e diffusa, che egli trovi, quale farebbe quella del P. Clavio; avvertendolo, che dopo la reminiscenza delle notizie comuni, che vi si preme tono, l'esplicazione de' termini da usarsi, e l'approvazion delle domande concedibili che vi si fanno, egli segua per appunto quell'ordine, e non trapassi cosa, che più che ben non intenda; nè sul principio del cammino, benchè tediato, o stanco gli paia d'esserne, si abbandoni; nè si curi per ancor di sapere a che sia buona la Geometria: ma se pur ne è curioso, domandine al Galileo, il quale, o col suo solito piacevol motto gli dirà, che *dalle dimostrazioni della Geometria attenenti alle Misure, a i Pesi, & a Numeri, s'impara a misurare i Goffi, a pesar gli Ignoranti, & a numerar gli uni, e gli altri*: o pur, rispondendo sul serio, gli affermerà, non potersi comprendere a che ella sia buona, se prima ella non si gusta, e dopo gustata, ella stessa colle sue tante, e sì evidenti Dimostrazioni darli a conoscer per buona a tutte le cose. Ma se per avventura una si fatta Proposizione gli parebbe incredibile, & insieme troppo presuntuosa, in questo caso il medesimo Galileo s'ingegnerà d'insinuarliene la credenza col proporgli que' molti, e variati colori posti in confuso sopra una tavolozza, i quali, da chiunque non ne vide, e non ne seppe mai l'uso, o sarebber creduti tanti piccoli ammassamenti di sozza materia, inutile, e da doverli trar via, o al più buoni a far apparire una superficie, rossa col rosso, gialla col giallo, e bianca col bianco, &c. nè mai gli caderebbe in pensiero, che dar si po essero al Mondo uomini di tal industria, e perizia, i quali con quegli stessi colori avessero a sapere, e poter al vivo rappresentare con ammirabil vaghezza l'immagini di tutte le cose visibili, non sol delle fabbricate dall'Arte, ma delle create dalla Natura, e quelle ancora d'ogni più strana grottesca, o chimerica fantasia, ancorchè sognata.

SV dunque, il Geometra principiante, a buona fede, e senza cercar più oltre, con generosa risoluzione, e con paziente assiduità si

M

offi

ostini pur di veder tutto, e di ben intendere quel piccol Libro (siccome io l'assicuro che gli fortirà) & osservi allora s'egli si sente invogliato, o nò di proseguir la navigazione intrapresa; quando che nò, torni al Lido, che questo Mare al certo non è per lui; all'incontro se sì, vi s'inoltri pure, imperciocchè, non al termine del cammino, come è solito negli altri Studi, ma fin per via s'avvedrà che la Geometria è una chiarissima face, e sicura guida ad ogni sorta d'erudizione, e che per essa risvegliansi gli animi addormentati, ed affottigliansi gli ottusi ingegni; ond'è' si fan più veloci, e più atti a penetrare, e comprendere, come è forza che provi, chiunque con essa terrà commercio, a cagione del continuo esercizio di concludenti discorsi, che far convien' in trattando seco. Di quì è, che altrettanto vero, quanto plausibile osservai sempre quel saggio detto pubblicato da me, come del mio Sourano Maestro, che *La Pietra Lavagna, sopra di cui si disegnano a' Principianti le Figure Geometriche, è la Pietra del paragone degli Ingegni*, vedendosi per prova continuamente, che quei, che reggono a tal cimento, riescono a tutta bontà in ogni altra facoltà, & in qualunque maneggio, al quale intendano di applicarsi. Questa verità fu così ben conosciuta dal Divino Platone, che, nell'istituire l'ottima Repubblica, lasciò scritto non esser veramente sì facile, ma non però fuor di proposito il credere che le Scienze Matematiche servano di strumenti per mandar giù le cateratte, che si parano d'avanti a gli occhi dell'Anima ragionevole, e che questi, che dianzi trovavansi immersi in una foltissima caligine d'ignoranza, e per così dire, soffogati, anzi spenti dagli altri studi, & esercizi, mediante poi il nuovo lume, & il nuovo calor della Geometria, si ravvivino, e si riaccendano; e che, più tosto che mille occhi del corpo, assai più importante sia 'l custodire questi dell'animo, per mezzo solamente de' quali ci vien conceduto il rimirare, ancorchè remotissime, le occulte verità, che la sola Geometria ci disvela. Questa, o Giovane generoso, essendo una cognizione, non di quello, che or v'è, & or viene, ma di quello che è in un modo sempre, nè mai si muta, può sola condurvi al prezioso conseguimento del vero, e prepararvi l'animo alla contemplazione della Filosofia naturale,

che

che il mio acutissimo Lince non vide scritta altrove, *che in un solo, ma però vastissimo Libro, quale è questo dell'Vniverso. Questa, dicev'egli, non vi è distesa con altro alfabeto che di Figure della Geometria, nè con altri principi, e ragioni dimostrata vi che Matematiche.*

OR da sì autorevoli sentenze maggiormente eccitato il novello Navigante, dia pur libere vele al prospero vento, da cui sen e portarsi per quel piccolo seno degli Elementi Geometrici, per cui è guidato dall'infallibil Nocchiero della Ragione, e colla propria accortezza scanfati que' pochi scogli, che nel passar il brevet ratto de primi Scrittori Classici egli incontrasse, scoprirà lieto nuovi Mondi, e s'approderà in Terra ferma da niun'altro termine circonscritta, sempre verde, e feconda d'innnumerabili, incognite, nè per altra via penetrabili verità, & in breve accorgerassi per mezzo ancora della Geometria poter trapelare a gli occhi foschi delle nostre menti qualche raggio del SOMMO SOLE, per cui, additandoci il diritto sentiero alla di lui cognizione, confessar dobbiamo in una Bontade, e Provvidenza infinita l'Onnipotenza del CREATORE, il quale, eziandio nell'interminato, e profondo abisso delle proprietà Matematiche, mercè

*La verità, che tanto ci sublima, (pienza;
ci fa rimirar più d'appresso l'immenfità di sua incomprendibile Sa-
E quindi appar, ch'ogni minor Natura
E' corto recettacolo a quel Bene,
Che non à fine, e se in se misura.*

Dante Par.
Canto 22.

Canto 19.

Che che di Scienze sì nobili scioccamente si parlino certi uni Agghiacciati di dentro, e di fuor caldi, i quali, tutto che privi di simili cognizioni, e forse inabili a capirne i primi principi, ma sopra tutto come di lor natura in sommo grado superbi, presu r uosi, e gonfi, di quello, che essi chiamano sapere, arrecandosi a gran vergogna, e direi anche a scrupolo, s'io non sapessi ch'e' si fingono quei ch'e' non sono, d'aver talvolta, interrogati, a dar quell'onorata, ingenua, e commendabile risposta, che spesso udij profferire dal mio Saggio Maestro, cioè. *Questa è una di quelle tante, e tante cose, ch'io non so; e talvolta, questa è una di quelle tante cose, ch'io so di non sapere, sotto 'l manto di simulato zelo, con l'autorità ch'e' non*

Galileo 2.

M 2

anno,

anno, ma ch'e' si pigliano, vanno in congiunture opportune insinuando simili studi esser pericolosi, e d'impedimento all'acquisto di quel sommo bene, al quale, sopr'ogn'altra cosa, aspirar dobbiamo; per introdurre così bel bello, ed in carità il disprezzo, e l'odio verso quel di sublime, e di recondito ch'essi ignorano, & accrescere in tanto la stima, e 'l credito a quel di abietto, e di popolare, che anche e' si presumono di sapere. Ma dicami, su quai fondamenti insorgono a detestar in tal guisa quel che non mai interlo, non mai assaporarono? Forse muovonsi dagli esempli d'aver i Matematici co' lor Dogmi, co' loro Assiomi, e colle tante loro Dimostrazioni seminate zizzanie, sedotti Popoli, ed infertate Repubbliche, Provincie, e Regni? E pure per quant'io lessi non trovai mai che alcuno de' tanti perfidi Innovatori Matematico fosse, e che di Angoli, Triangoli, Coni, e Piramidi, che sono le acute armi sue, si valesse. Chi poi, e quali e' fossero non saprei dirlo; ma le Storie pur troppo lo diran loro. Io so ben questo che in ogni tempo le Scienze Matematiche furono accolte, favorite, e protette, ed ancora attentamente studiate, non solo da Principi, e da Monarchi, ma eziandio da Supremi Capi del Cristianesimo; e da Santissimi Padri in quelle versatissimi magnificamente esaltate, e fin coll'Opere loro illustrate; e più volte promosse da Sacratissimi Porporati, e di continuo professate da Religiosi di risulgente lustro nella Chiesa Romana, ma in ispecie da' Seguaci del ferventissimo Ignazio, nella di cui inchita Compagnia, se non avesse fiorito sempre, quasi che per natural discedenza, numerosa serie di Geometri, e Teologi insieme celebratissimi, che quì, lungo farebbe il ridirgli (tralasciati tanti altri Matematici, viventi in essa, di chiaro nome) il solo esempio dell'insuperabile Ingegno del sapientissimo, e candidissimo P. Onorato Fabbri colle tante sue famose Opere, e Teologiche, e Fisiche, e Matematiche di salda, e di singolar dottrina ripiene; e (tra i Religiosi al Secolo di rinomata venerazione) il solo, per meriti, eminentissimo, Sig. Ab. Michel Angelo Ricci, onor del Secol presente, e vera Idea di sincerissima integrità, come nobile Possessore d'ogni più grave, e profonda letteratura, e come Geometra di soprumana inventiva, dovrebbe

bero

bero pur esser valevoli a confonder Genti di così mal talento, e ad attutire le lor malotiche lingue. Ma non ostante così degne testimonianze l'atra Ipocrisia di Costoro, d'apparente candor travestita, a tal segno arriva, che anche gli induce a manifeste, & esorbitantissime contradizioni a' lor medesimi detti; poichè, pronunziando ad ogn'ora, colla lingua almeno, se non col cuore, che tutte le Fatture di DIO, & i Cieli in particolare cantano l'immensa gloria di quello, e che in loro si vede scritta la Maestà Sua a caratteri di luce, e che quivi dobbiamo leggerla; accanto, accanto vanno insinuando per degne d'esser proscritte le Matematiche tutte, ed in conseguenza la Venerabil Astronomia, il di cui sublime, e singolare officio si è il richiamar l'Anime di noi Mortali al riconoscimento di lor alta origine, e con liberarle dal basso carcere di questa Terra, su l'ali della Geometria sua Nutrice, e dell'Ottica, e dell'Arimetica sue inseparabili Compagne, trasferirle colassù a contemplar con indicibile stupore per entro l'immense, e lucide Regioni del Cielo quegli innumerabili Mondi con magistral simetria collocativi d'un'ordinatissima confusione; anzi pur seminati, o sparsivi con generoso disprezzo per mano prodiga del lor medesimo CREATORE.

MA qui si avverta, che, in celebrando l'Astronomia, e la Matematica, io non ebbi in considerazione la profession di coloro, de quali scrisse Tacito, *Genus Hominum Potentibus insidum, sperantibus fallax, quod in Civitate nostra, & vetabitur semper, & retinebitur*. Non intesi parlar di quei, che, appresso l'indotto Volgo, colle vane loro superstizioni, e falsi indovinamenti si usurparono indegnamente il nome degnissimo di Matematico, e indifferentemente confusero l'Astronomia coll'Astrologia. Non intesi dico degli Astrologi Giudiciari, obbrobrioso avanzo di que' Caldei, che appestarono già il Mondo, e come contagiosi, e malefici, fin dalla cieca Gentilità con replicate leggi sbanditi furono dall'Italia, ed in ogni tempo dichiarati meritevoli di severissime punizioni, e contro de quali ancora fulminarono rigorose, non men che giuste censure, i Sacrosanti decreti de Romani Pontefici, ammaestrati, mi cred'io, dal DIVINO SPIRITO, che, *se Ignorat Homo, quid ante se fuerit,*

Nell'Istoria
Lib. 1.

Ecclesiaste
Cap. 10.

Cap. 8.

Sapienza
Cap. 11.

fuert, & quid post se futurum sit ei, quis poterit iudicare? Io solo intesi, ed intendo di commendare i Matematici speculativi, indagatori delle mirabili proprietà della quantità continua, e de numeri. Intendo esaltar gli Astronomi, che anno per oggetto, i moti, i tempi, le grandezze, le figure, e le distanze delle più nobili Creature dell'ONNIPOTENZA INCREATA. Gli uni, e gli altri di questi, col proporci le maraviglie del Cielo, e della Natura, ci eccitano ad ammirar la grandezza di DIO, il quale, quasi dissi, occupato sempre in geometrizzare, cioè a dire, nè i ben proporzionati lavori delle infinite, ed ammirande verità ch'ei maneggia, per via di que' pochi, e menomissimi ri'agli, che di lassù ce ne cadono fra le mani, ci fa riconoscere la sua interminata Sapienza, e ci dimostra la misera nostra ignoranza, obbligandoci a confessare. *Quod omnium Operum DEI nullam possit Homo invenire rationem eorum, quae sunt sub Sole, & quanto plus laboraverit ad querendum, tanto minus inveniat, etiam si dixerit Sapiens se nosse, non poterit reperire.*

OR non son questi, della cognizione di DIO, e di se stesso, acquisti di tesori assai più preziosi di quei, che possan mai riportarsi da qualunque più avventurosa navigazione? Ed in vero, che per giungere a conseguirli (fuor delle soprannaturali Scienze riservate a' supremi P. P. ed a' sommi Teologi dalla DIVINITA' illuminati) non vi è mezzo più atto, nè più potente della Geometria, Amica giurata della Natura, e gratissima a DIO, e per le di cui mani ess' ID-DIO *Omnia in Mensura, & Numero, & Pondere disposuit.* Che se una volta Costoro si fossero risoluti di cominciare a addomesticarselo, avrebbero ben compreso (come ne avvertì loro il gran Galileo) che quella vana presunzione, che dianzi avevano d'intender, e di saper tutto, non veniva da altro, che dal non aver mai saputo, nè inteso nulla: e dopo avere sperimentato una sol volta ad intender perfettamente una sola cosa, e gustato veramente com'è fatto 'l sapere, conoscerebbero, che, dell'infinito dell'altre conclusioni *NIUNA, NIUNA* affatto ne intendono, e s'accorgerebbero gli Infelici d'aver peregrinato il tempo di vita loro a chius'occhi, e vissuto mendicando; all'altrui mercede, e col sempre starsene a detta di Favolatori, e di Menzognieri senza *MAI, MAI, MAI*, veder in viso la *VERITA'*.

TAC-

TACCIANSI fra tanto questi Falsari della vera bontà, Rebelli à IDDIO, e Nemici infestissimi degli Amatori del vero, e degli industriosi Cultori delle Matematiche Discipline, e tu Studiofo Giovane, che intento sei ad erudirte,

Non ti curar di lor, ma guarda, e passa.

GVARDATI, volli dirti, dal dar orecchio ad un'altra sorta di Guastatori spropositati, e ignoranti, ma non men presuntuosi degli altri, i quali ambiziosi, e vaghi d'acquistar nome, si pongono sul grave posto di Pirroni, tentando di rimetter sù l'antica Setta degli Scettici, col negar i principi della Geometria noti fino a Fanciulli, e perciò indubitabili, come insegnati loro dalla Natura.

DISSI spropositati, perchè questi medesimi, che deridon la Geometria, lodan le pratiche Operazioni, che ann'origine da quella, che è giusto giusto come se altri commendasse gli scherzi vari delle fonti, e dispregiasse poi l'Elemento dell'acqua, senza riguardo, che se questo non fosse di sua natura fluido, trasparente, e operante col momento di sua gravità specifica, e della sua propria altezza, niuno di que' dilettevoli effetti si goderebbe.

DISSI ancora Ignoranti, perchè mancando questi della più nobile prerogativa dell'anima ragionevole, da Savi d'ogni età raffigurata per una spezie di facultà creatrice, che assai più d'ogn'altra ci approssima, e ci rende simili al CREATORE (parlo di quel retto, e ben ordinato passaggio da verità note ad ignote, che da primi Uomini fu chiamato Inventiva) incapaci del gran pregio di questa, l'aborriscono, e dispregiano in quei, che dall'AVTOR DELLA VERITÀ se ne trovano punto punto privilegiati; nè s'accorgono i miseri, che se negli andati Secoli non fossero stati Inventori, e nelle Scienze, e nell'Arti, il Mondo sarebbe sempre come nascente, e tutto involto in densissime tenebre d'ignoranza, nelle quali trovandosi immersi Costoro, lodano solamente quegli esercizi, che son da loro, dove cioè si richiede una assidua fatica di schiena, o un giocar di memoria, e burlansi degli altri studi, che voglion opera d'ingegno, finezza di giudizio, e perspicacia nell'Inventiva, delle quali doti i Poverelli trovansi sprovveduti: ond'è, che van seminando questa dottrina, che le Matematiche speculative sieno studi

Dante Infer.
Canto 3.

ari-

aridissimi, e che si perdano intorno a frivole sottigliezze, di niun profitto nè a se, nè al Pubblico, nè al Privato; e che assai più vaglia un'oncia di pratica, che cento, e mille libbre di Teorica, e cose simili solite andar per le bocche del Volgo ignaro. Quì con ben quattro esempi di casi avvenuti potrebbesi far loro toccar con mano quanto sien falsi i lor detti, col dimostrare che per mancanza di Matematica seguiron già inconvenienti gravissimi, ed irreparabili; ma perchè al fatto non è rimedio, è anche superfluo il parlarne; bastando risponder a simil Gente, che ve n'è pur in gran numero, *Nè Sutor ultra crepidam, & quam quisque norit artem, in hac se exerceat.*

ALTRI poi ve ne sono, di gran circuito ben sì, ma contenente assai poco spazio, i quali avendo le Matematiche, e per belle, e per buone, senza cercar altro di loro si danno a credere, ch'elleno sieno studi sol per ornamento del Cavaliere, com'è forse il ballare, il saltar a Cavallo, il romper leggiadramente una lancia, o il far simil altri lodevoli esercizi, quantunque per avventura non de' più necessari. Da questi tali, che più oltre non fanno, io non premotanto, o nobil Giovane, che tu fugga come dagli altri, anzi ti esorto a prestar lor fede, e dopo l'esserti ben corredato, di tanti, e così degni ornamenti, ad oggetto di renderti anche più riguardevole, provati un poco, in grazia del VERO, a imparar a conoscere, & a rilevar i caratteri di quel primitivo Idioma, con cui, dettante la SOVRANA SAPIENZA, di propria man della Geometria furono scritte in cifra l'eternie Opere di quella, tutte egualmente maravigliose, e delle quali è permesso tal ora deciferar di quaggiù qualche breve passo da chi sol se ne procura la chiave, e la contraccifera, che, come udisti poc'anzi, sta espressa colle figure, e spiegata dall'infalibili prove della medesima Geometria, unica Segretaria, e Interpretre fedele della riposta VERITA': che se mai per tua gran ventura ti sortirà ballettare, non che parlare spedito si bel linguaggio, io ti assicuro che ornatissimo allora, anzi beato in terra ti chiamerai. Trattanto sappi, e sappiano antora quei, che fin a quì ti ò descritti, che a giudizio de Savi universale, *E DI CHI QUA' EREDITO' IL FILOSOFAR COL REGNARE*, quanto di buono, di onesto, d'utile, e dirò ancora di vago, si esercita nel viver civile,

tutto

tutto per singolar dono celeste trae l'origin sua, e suo' natali dalla
sola Geometria seconda Madre dell'altre Teoriche dimostrative,
applicate, oltre alla Filosofia naturale, alle pratiche, e dell'Arim-
metica, e dell'Astronomia, e della Musica, e delle Meccaniche, e
delle Prospettive: alla Geografia, alla Cronologia, & alla Nauti-
ca; oltre all'esser di sommo aiuro, in sentenza del grand'Ipocrate,
alla stessa Medicina, & in somma a tutte le Arti, e facultà ridondan-
tia comun beneficio, & ad onesto diletto degli Uomini.

CHE se la nostra Chiesa Cattolica si gode comodo, e quiete dal-
la Correzion Gregoriana del Calendario. Se un Colombo, un Ve-
spucci arditamente s'espongono a gli insulti di Mari ignoti per ten-
tar la conquista di nuovi Mondi, e con prosperità secondante i pre-
sagi loro la conseguiscono. Se il nostro divino Galileo investiga di
proprio ingegno, appena uditone il grido, il più ammirabile fra gli
Strumenti da umana industria inventati. Se con esso armatane la pro-
pria vista, da questi bassi a' sublimi oggetti rivolto, trapassa ad isve-
larcene innumerabili Stelle fregiate di viva luce, & oltre a tante

Nuove cose, e giannate più non vedute

osserva, il primo, con maravigliosa accortezza, il suo benefico
Giove, non da una sola, ma da quattro Lune assistito, e consagrata
questa (che ben può dirsi

Clara Deum Soboles, Magnum Iovis incrementum)

all'Augusta Prosapia del SVO SIGNORE, e sì eseguiti gli ALTI
ETERNI DECRETI, gli sovviene subito d'interessarla col suo for-
tunatissimo Occhiale al glorioso guadagno della tanto ricercata
invenzione del navigar per lunghezza, & alla correzion geografi-
ca dell'Isole, delle Coste, e de Continenti; e perciò con Anti-
che fatiche, e per tanti lustri offerua, e rinaccia al fine l'esatte mi-
sure de' moti, e de' giri di questa, coll'indita FAMIGLIA MEDICEA,
quasi disse, GIOVIALE CONSORTERIA. Se il medesimo Ga-
lileo Ristauratore, o più tosto Inventor del vero, e saldo filosofare,
anatomizza, per così dir, la Natura; e a confusione de' passati Filoso-
fanti s'interna a contemplar le più riposte passioni del moto, per
cui essa Natura,

Dal gran Maestro di color, che fanno,

N

vien

*Petr Trionfo
3. d'Amore.*

*Vergilio Eglo-
ga 4.*

*Dante Inf.
Canto 4.*

vien difinita, e lo ferma egli il primo, e lo sottopone alle rigide leggi dell'invariabile Geometria, applicandolo di più con Matematico artificio alle pratiche militari; e sì per ogniuisa,

Lucrezio lib. 5.

Nec Mare, nec Tellus, nec Cæli lucida Templa

esenti vannosi dalla curiola, e nobile persecuzione di questo perspicacissimo Lince, il tutto fu pur opra d'una profonda cognizione delle dottrine de' tempi, e de' numeri; della forma, e costituzione delle parti dell'Vniverso; dell'ordine, moto, e via de' raggi visivi sì riflessi, come rifratti; e del mirabile operare della Natura con Matematiche dimostrazioni penetrato, Scienze tutte Suddite obbedientissime alla Geometria lor Regina? Ma se ciò non ostante, questi Anime smarrite, e inviluppate quà di soverchio tra i lacci de' terreni interessi, scordatefi in tutto di quel di Diuino, che anno in loro

Petrarca Son.
220.

Al ver non volgon gli occupati sensi,

ma sol rimirano al compiacimento, & a gli agi del proprio corpo, affiduamente anelando di posseder quaggiù quel, ch' eziandio posseduto, non farà loro, sappiano almeno, che se la regola aurea governa tutta la Mercatura, di cui la *Turba al vil guadagno intesa* fa sì gran conto, l'Arimmetico Geometra l'inventò. Se la bussola, e la carta con acquisti di tesori immensi reggono la Nautica, il Geografo Matematico a così grand'usi quella applicò, e questa descrisse, e si preparò. E che una sola Proposizione d'Euclide, una sola d'Archimede dan legge, e regola, questa alla Meccanica tutta, e quella alla Altimetria, alla Geodesia, & ad altre simiglianti pratiche, sole avute in prezzo da Costoro, i quali se abili fossero d'andar discorrendo, e con progresso retrogado esaminando, quali sieno stati i principi delle più rilevanti operazioni, e de' più insigni ritrovamenti dell'Uomo, riconoscerebbergli in fine dal Matematico speculativo, e per conseguente dal Geometra, che a quello inseparabilmente precede: e così esclamerebber anch'essi col Divino Filosofo, doverfi dar ordini rigorosi, che niuno di questa fioritissima Città nostra sia tanto ardito, qual Pirrone, o Aristippo, di disprezzar la Geometria, essendochè, quelle cose ancora, che paion esser affatto fuor di sua sfera; e che non abbiano che far con essa, non son già di poco rilievo, ma rilevantissime, ed alla Repubblica necessarissime.* Ma troppo io mi son dilungato dall'intrapreso Racconto.

In va-

* Del gran pregio della Geometria, di cui si poco aviam detto, e molto scrissero tanti celebri Autori, assai più direcondito, e di singolare possiam probabilmente sperar di sentire dal nostro dottissimo, e eruditissimo Signor Carlo Dati, insigne Professore in questo nobile Studio di lettere greche, e latine, in alcuna delle sue voglie Fiorentine, che già un tempo ei ci fa avidamente considerare.

Inraghitomi io dunque, per divina grazia, di scienza così sublime e assai più godere di farvi studio per me medesimo: ma appena ebbi scorsi i primi Elementi, che impaziente di vederne l'applicazione, passai alla scienza de' moti naturali nuovamente promossa dal Galileo, e che allora appunto era uscita in luce: ed arrivato a quel principal supposto, che le velocità de' mobili naturalmente discendenti per piani d'una medesima elevazione sieno uguali tra loro, dubitai, non già della verità dell'assunto, ma dell'evidenza di poterlo supporre come noto: Onde, perche, mediante il sopradetto Padre Clemente, mi s'era già aperto l'adito di trasferirmi spesso in Arcetri a godere de' suavissimi, e saggi ammaestramenti di quel buon Vecchio, il quale mi porgeva ardire di ricorrere a lui per la soluzione di quelle difficoltà che (sì per sfacchezza del mio ingegno, sì per la novità di quell'argomento di Natura Fisico, e perciò non interamente sottoposto all'inrefragabili evidenze Geometriche) io feci andato incontrando, lo richiesi un giorno di qualche più chiara confermazione di esso principio, con che persi a lui occasione che in una delle seguenti notti, solite passarle con molesta vigilia, egli ne ritrovasse la dimostrazione Geometrica Meccanica, deducendola dalla dottrina da lui stesso dimostrata già contro ad una Proposizione di Pappo Alessandrino, la quale egli aveva confutato in quell'antico suo Trattato di Meccaniche dato fuori per la prima volta dal Padre Marin Mersennio Celebre Matematico Franzese.

Permettendo dipoi la BONTÀ SUPREMA, che dopo quattro mesi di studio di Geometria verso il principio del 1639. il Galileo mi volesse appresso di se come suo Ospite, e Discepolo, per guidarmi così cieco ch'egliera, co' suoi amorevoli insegnamenti per quel sentiero, che egli ogni giorno più mi dava animo di proseguire, volle che quivi io facessi il disteso della dimostrazione di quel Teorema per supplire alla di lui cecità, che gli toglieva il così bene spiegarfi, dove occorrevano far figure, & appor caratteri; e di tal disteso mandò egli copia subito al P. Abate Don Benedetto Castelli Monaco Cassinese, e nobil Bresciano, uno de' suoi più antichi, e devoti Discepoli, & insigne per l'egregia sua Opera della misura dell'acque correnti; Trattato Elementare da esso nuovamente promosso. Di questo Teorema stesso mandò poi copia il Galileo a diversi altri Amici per l'Italia, e fucri, & è quel medesimo, che io con altre cose non più stampate somministrai all'ultima impressione di tutte l'opere di lui fatta in Bologna nel 1656. come qui.

vi si vede a facce 132. del Terzo Dialogo. Questa medesima proprietà la confermò dipoi in varj modi il degnissimo Successore del Galileo, Evangelista Torricelli, nel suo Trattato de' Moti, quando non aveva avuto notizia ancora di quella di esso Galileo, con valersi però, in alcuno di que' modi, di certe altre proprietà dimostrate già da questo in quel suo antico Trattato di Meccaniche, poco avanti qui nominato. La medesima passione volle ancora con sottilissimo progresso autenticare quel sublime ingegno di Cristiano Vgenio nell'opera sua due anni sono pubblicata, e con stupor de' Matematici applaudita, trattante del moto de' Pendoli; e l'istessa pure si prese ultimamente a confermare, & a stabilire l'ingegnoso Sig. Alessandro Marchetti Filosofo Ordinario nella celebre Accademia Pisana.

Per una simile occasione di dubitare intorno alla quinta, ed alla settima definizione del Quinto d'Euclide mi aveva per avanti conferito il Galileo le dimostrazioni di quelle definizioni del Quinto Libro senza però applicarle a figure, che, fermatomi poi in Arcetri, egli mi dettò in Dialogo assai prima della venuta quivi del Torricelli quando ancora il Galileo non aveva risoluto di porla nella quinta Giornata, ma pensava tuttavia d'aggiugnerla alla quarta a facce 153. dell'impressione di Leida, dopo la prima Proposizione de' Moti eguali nel caso del ristamparsi con l'altre opere sue quell'ultima delle due nuove Scienze. Questa tal dettatura diede poi qualche facilità al medesimo Galileo, ed al Torricelli per fare quel più ampio disteso in Dialogo, che si è veduto: e la medesima, come inutile, rimase a me, & ancora la conservo. Mi restò in oltre quella breve lettera indirizzata dal Galileo al Sig. Conte Piero de' Bardi in soluzione del Problema, onde avveugò che d'estate l'acqua del fiume, a chi v'entra, appaia prima fredda, e poi calda assai più di quella stessa aria temperata, che prima, trovandosi bagnato, fredda appariva. Dettommi dipoi quella lunghissima lettera in data de' 25. Marzo 1641. scritta allora al Serenissimo Signor PRINCIPE LEOPOLDO di Toscana, oggi l'Alt. Reverendissima del Sig. CARDINAL DE' MEDICI, il quale col solito stimolo d'erudirsi l'aveva richiesto del suo parere intorno al Cap. 50. del Litoforo del Famoso Filosofo Fortunio Liceti, dove questi confutava l'opinione del Galileo riferita nel suo Trattato delle Macchie Solari, & altrove ancora: ma questa lettera fu poco dopo stampata dal Liceti stesso in una sua replica, e di nuovo nell'impr. si ne Bolognese dell'Opere del Galileo insieme con la soprad detta lettera al Sig. Conte Bardi, e con l'altra ancora al Sig. Conte Alfonso Antonini.

Nel



Nel susseguente mese d' Aprile 1641. giunse di Roma in Firenze per passare a Venezia al suo Capitolo Generale il predetto Padre Abate Castelli, che si trasferì di subito dal Galileo, dove io pur mi trovava, & avendo egli appresso di se il Manuscritto di quel Trattato del Moto, composto allora da Evangelista Torricelli, il quale 10. anni indietro era stato suo Scolaro nelle Matematiche, fece sentire in ristretto al Galileo il contenuto, e la diversa maniera che in varj luoghi aveva praticato quegli per ampliare la di lui maravigliosa Scienza del Moto naturalmente accelerato, e del violento. Si rallegrò questi che in vita sua avesse già preso così grand' agumento, e favore quella dottrina da se nuovamente promossa, e di qui, e dalle relazioni dategli da quel Padre dell' altre singolari qualità del Torricelli, fece egli di questo concetto altissimo, nè s'ingannò. Con tale occasione considerando il Padre Abate Castelli, che per la compassionevole cecità, e per l'età ormai cadente del Galileo si correva pericolo di perder quel residuo delle di lui speculazioni non pubblicate, che egli sapeva non esser ancora poste in carta, prese animo di proponergli il Torricelli per Aiuto a farne il disteso, & il Galileo ben volentieri accettò uomo così degno, e per Aiuto, e per Compagno, e restò col Padre Abate, che al suo arrivo in Roma l'avrebbe potuto incamminar liberamente a questa volta. Si trattenne questi in Venezia assai più del credutosi, e perciò non prima che il dì 10. d'Ottobre 1641. seguì in Arcetri la nobil Copula di questi due gran Lami nel Sistema Filosofico, e Matematico.

Immantinente cominciò il Galileo a comunicar al Torricelli ciò che allora ei meditava di spiegar in Dialogo in altre Giornate: ma, iniqua sorte invidiando a gli uomini acquisti, e cognizioni maggiori nelle Scienze (appena scorsi tre mesi, dopo la congiunzione di questi Pianeti al Mondo Letterato così benefici) interpose fra di loro, eclissandoci per sempre il maggiore conceduto ci da DIO Sommo Sole, per discoprir ne' Cieli, e nella Natura maraviglie non più vedute, e verità ammirande state occulte a tutta l' Antichità.

Dentro sì breve tempo, e del quale la malattia stessa del Galileo portò via la parte maggiore, altro non potè fare il Torricelli, che la bozza del disteso della quinta Giornata quì avanti riferita (la quale egli, seguita la morte del Galileo, si ritenne per ridurla al segno che s'è veduta) e non so quali cose a parte intorno alla forza della percossa.

Erede del Galileo fu il Dottor Vincenzio suo figliuolo, uomo di non volgar letteratura, d'ingegno perspicace, e inventivo di strumenti

Mecca

Meccanici, & in particolare musicali, e fra gli altri d'un Liuto con tal'arte fabbricato, che sonandolo egli per eccellenza, cavava ad arbitrio suo dalle corde le voci continuate, e gagliarde, come se uscissero dalle canne d'un Organo: & in vero con suavissima armonia, come più volte io l'udj nel trovarmi in sua casa; imperciocchè quell' amica corrispondenza, che feco io aveva contratto vivente il Padre, la medesima continuò tra'l Figliuolo, e me fin ch'ei visse. Nelle mani di questo, (il quale col Torricelli, e con me aveva assistito alla malattia, ed alla morte del Galileo suo Padre seguita a gli 8. di Gennaio 1642.) veddi oltre alle bozze Originali dell' Opere già stampate, quelle ancora di varie lettere, e discorsi, scritti dal Galileo in diversi tempi in occasioni di ragguagliare, o di rispondere, o di dir pareri sopra quesiti fattigli, o simili, che di tutte si contentò, ch'io ne avessi copia, dettandomene molte da se stesso, quando, e bene spesso mi ritrovavo da lui: se bene ò veduto poi che della maggior parte di queste vanno attorno altre copie pur manoscritte.

Tra le dettate, tre ve n'erano, ch'io sapeva di certo non esser ancor fuori in stampa, ma non sapeva già il Sig. Vincenzio, nè meno io, se ne fossero copie altrove, credendosi allora più tosto che no.

La prima contiene il disteso di sei Operazioni Astronomiche, di quelle, mi cred'io, mentovate in quest' ultima nota dal Galileo, dall' introduzion delle quali manifestamente apparisce, che tali Operazioni sarebbero state molte più in numero. So bene che queste poche, lette da me, si meritaron l'applauso d'uno degli Eminentissimi Letterati della sacrosanta Adunanza Reale di LVIGI IL GRANDE mio Sig. Clementissimo, che fu il Sig. Gio: Domenico Cassini, celebre Astronomo, quand' un' Estate molti anni sono egli fu qui di passaggio.

La seconda consiste in numero 12. Problemi, o Questioni spezzate del medesimo Galileo, parte delle quali si vedono risolte in alcuna dell' Opere sue fin qui stampate, e l'altre son forse di quelle della nota sopra riferita. Questi Problemi erano di mano del Sig. Vincenzio, che disse mi avergli distesi lui medesimo su le soluzioni spiegategli dal proprio Padre, già cieco, in alcuni giorni, ne quali avanti al mio stanziare in Arcetri egli andava colà a visitarlo: E tanto le sopradette Operazioni Astronomiche, quanto questi Problemi, insieme con quei più (che impossibil'è indovinar quali, e quanti) parmi che doveran comprenderli nella continuazione della quinta Giornata scritta dal Torricelli, dopo qualche esplicazione, & aggiunta ad alcuna delle cose dette nelle precedenti quattro Giornate; e nella medesima quinta, si averan ad esaminare, e risolvere que' Problemi diversi, e parti-

e particolarmente d' *Aristotile*, & in specie del Trattato del muover-
si degli *Animali*.

La terza scrittura dettatami, è un' altro principio di nuovo con-
gresso, intitolato *Vltimo*, forse così detto dal Galileo avanti che gli
venisse concetto di ridurre anco le postille a' suoi Oppositori in forma
di Dialogo. In questo Congresso il Galileo introduce (al solito) per
Interlocutori il *Salviati*, ed il *Sagredo*, escludendo *Simplicio*, e po-
nendo per terzo quel soprannominato *Sig. Paolo Aproino* stato già
suo Vditore delle *Matematiche* in Padova. Tal principio è disleso in
Dialogo in sei fogli in circa, dove si spiegano alcune sperienze fatte
dal Galileo fin ne' tempi, ch' egli era colà Lettore, allora che anda-
va investigando la misura della forza della percossa (che in ultimo
egli considerò come infinita) e questa materia, dopo spiegate le spe-
rienze, voleva il Galileo trattar matematicamente in tutto l' restan-
te di tal Congresso, come terza *Scienza*, dopo le due già promosse
da lui medesimo, e con questa finì di pubblicare il rimanente delle
sue più elaborate fatiche, quale sarebbe stata questa, intorno alla
quale egli medesimo disse aver consumato molte migliaia d' ore specu-
lando, e filosofando, & avervi in fine conseguito cognizioni lontane
da' nostri primi concetti, e però nuove, e per la loro novità ammi-
rande.

Finalmente per quanto si cava dalla suddetta nota del Galileo de'
23. Gennaio 1638. di ciò che gli rimaneva da scrivere, e pubblica-
re, doveansi comprender in un' altro Dialogo, che sarebbe stato il
settimo (oltre a' primi quattro de' due massimi sistemi) tutte quelle
note, osservazioni, e repliche da lui chiamate postille, fatte intor-
no a' luoghi più importanti de' libri di coloro che gli avevano scrit-
to contro.

Immensa dunque è stata la perdita delle preziose speculazioni ri-
mastе entro sì ricca miniera d' un tanto Filosofo, e Matematico; ma
siccome quella della percossa è stata poi egregiamente trattata dal ce-
lebratissimo *Sig. Gio: Alfonso Borelli*, così è da aspettarsi che segua
dell' altra da esso promessaci de' *Moti degli Animali*, in quella guisa
ancora che dall' acutissimo *Sig. Lorenz. Bellini* insigne *Anatomista*,
nel famoso Studio Pisano si attende di veder matematicamente trat-
tata la materia fin' ora oscurissima della respirazione, che egli stesso
ci fa sperar di godere in breve, per la quale ben si vedrà (come
nella sua *Miologia* lo dimostrò pure il Dottissimo, e Candidissimo *Sig.*
Niccolò Stenoni) quanto vaglia, e quanto sia necessaria al Filosofo,
all' *Anatomista*, & al Medico la nobile, ma negletta *Geometria*.

Ma

Ma tornando alla copia, ch' io mi ritrovo della Scrittura intitolata Vltimo Congresso, questa, in alcuni luoghi dov' io aveva qualche difficoltà, mi fu in aiuto a riscontrarla col proprio suo Originale, il Molto Reverendo Sig. Cosimo figliuolo del suddetto Sig. Vincenzio, e degno Nipote del Galileo, prima che egli partisse di Firenze per passare al servizio suavissimo dell' Eminenza Reverendissima del Signor Cardinal Barbarigo mio Benignissimo, e Riveritissimo Sig., & in quell' occasione disse mi averne egli medesimo già dato fuori altre copie. Col di lui aiuto riscontrai ancora la mia copia col suo Originale delle Operazioni Astronomiche, e nel margine di quello sovviemmi ch' io feci di mia mano una certa nota. Ebbi finalmente di mano del medesimo Sig. Cosimo copia d' un frammento di parere, o risposta del Galileo a quesito Meccanico, e mi permesse il copiare certe postille da' Libri d' alcuni de' Contradittori alle di lui prime Opere. So inoltre che esso Sig. Cosimo aveva un' esamina, & alcuni calcoli fatti in proposito di que' del Chiaramonti in materia della Stella nuova, siccome altre simili postille, e risposte a varj degli Oppositori più moderni, delle quali cose mi son poi meco stesso più volte doluto di non m' esser fatto dar copia, per essere il Sig. Cosimo, già son due anni, passato a miglior vita in Napoli, dove egli era Superiore di quella Congregazione della Missione, e per diligenze fatte allora da me colà, & a Roma, d' ordine ancora del Sig. Carlo, fratello (per la Dio grazia) vivente del medesimo Sig. Cosimo, si ricorresse per risposta, che un' anno avanti, prima di tornare a stanziare a Napoli, egli aveva stracciato, e abbruciato in Roma gran quantità di Scritture, tra le quali non si sa se vi erano i sopraccennati Originali, & i libri postillati, &c. giacchè non erano tra quelle Scritture che furono ricevute quattr' anni sono da me per mano del detto M. Reverendo Sig. Cosimo l'ultima volta ch' egli se ne tornò di qui a Roma per passar a Napoli, com' apparisce dall' Inventario, che fatto da esso, e da me sottoscritto, rimase allora nelle mani del soprannominato Sig. Carlo suo fratello ultimo de' tre felici Nipoti del Galileo.

Le Scritture del sopradetto Inventario consistono, (fuori d'alcuni discorsi, e lettere di Altri) o in bozze dell' Opere stampate del Galileo, o in discorsi, e lettere del medesimo, che di già si vedono fuori sparse; e solo tra le cose del Galileo, ch' io non so che ne vada copia attorno, due ve ne sono.

La prima, un manoscritto del Galileo in più quinternetti in ottavo intitolato fuori sulla coperta De Motu antiquiora, il quale si riconosce esser de' primi giovenili studj di lui, e per i quali nondime-

no si vede, che fin da quel tempo non sapeva egli accomodare 'l libero 'ntelletto suo all'obligato filosofare della comune delle Scuole. Quello però di più singulare, che è sparso in tal manoscritto, tutto, come si vede, l'incastò poi egli stesso opportunamente a' suoi luoghi nell'opere, che egli stampò.

L'altra è un libretto in foglio di mano del Padre Don Benedetto Castelli intitolato. Errori del Signor Giorgio Corefio, raccolti dalla sua Operetta del galleggiar della figura, ma con qualche postilla, e rimessa in margine di mano del Galileo; dal che, siccome dal vedere che le bozze delle Risposte, e Considerazioni di esso Padre Castelli contro al Grazia, & alle Colombe sono, per la maggior parte, di mano del medesimo Galileo, io prendo occasione di credere, che, e quell'Opere, e queste fossero dettate, se non in tutto, almeno in qualche parte da esso Galileo al detto Padre, e poi da lui fatte pubblicare, & a lui attribuite, forse per non dar' onor di soverchio col proprio nome a' suoi così deboli Oppositori. Non sò già per qual cagione questa risposta al Corefio non uscisse allora in luce coll'altre due, giacchè, per esser coll'approvazione de' Superiori, non restav' altro che metterla sotto 'l Torcolo: ma forse di ciò ne dà, benchè oscuramente, qualche cenno il medesimo Padre Abate Castelli nella Dedicatoria di quelle sue Considerazioni stampate.

Restami ora a dir quant'io sò intorno all'uso delle catenuzze promesso dal Galileo nel fine della quarta Giornata, riferendolo quale egli me l'accennò quando, presente lui, io stava studiando la sua scienza de' Proietti. Parmi dunque che egli intendesse di valersi di simili catene sottilissime pendenti dall'estremità loro sopra un piano, per cavar dalle diverse tensioni di esse la regola, e la pratica di tirar coll'artiglieria ad un dato scopo. Ma di questo a sufficienza, e ingegnosamente scrisse il nostro Torricelli nel fine del suo Trattato de' Proietti, onde tal perdita rimane risarcita.

Che poi la sacca naturale di simili catenuzze s'adatti sempre alla curvatura di linee Paraboliche, lo deduceva egli, se mal non mi sovviene, da un simile discorso.

Dovendo i gravi scender naturalmente colla proporzione del momento, che essi anno da' luoghi dove e' son' appesi, & avendo i momenti de' gravi uguali attaccati a' punti d'una libra sostenuta nell'estremità, la medesima proporzion de' Rettangoli delle parti di essa libra, come il Galileo stesso dimostrò nel Trattato delle resistenze, e questa proporzione essendo la medesima che quella tra le linee rette, che da' punti di tal libra, come base d'una Parabola, si tirano pa-

parallele al diametro di tal Parabola (per la dottrina de' Conici) tutti gli anelli della catenuzza, che son come tanti pesi uguali pendenti da' punti di quella linea retta, che congiugne l'estremità dove essa catena è attaccata, e che serve di base della Parabola, dovendo infine scendere quant' è loro permesso da' lor momenti, e quivi fermarsi, fermar si douranno in que' punti, dove le scese loro son proporzionali a' propri momenti da' luoghi di dove pendono essi anelli nell'ultimo stante del moto; che poi son que' punti, che s'adattano ad una curva Parabolica lunga quanto la catena, & il di cui diametro, che si parte dal mezzo di detta base, sia perpendicolare all'Orizzonte.

Sappiasi finalmente, che del riferito, e scritto fin qui resta appieno informata l'Altezza Reverendissima del Sig. PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI, alla di cui straordinaria affezione alle scienze, da essa ad alto grado non men possedute, che protette, dorate, o Lettori, aver tutto l'obbligo delle ricevute notizie, assicurandovi per la mia parte del continuato mio buon volere di far pubblico tutto ciò, che del Gran Galileo mio riverito Maestro per ora si stà privato, e sparso in diverse mani, e da me raccolto, di quello cioè, non solo, ch'io ricevei dal di lui Figliuolo, e dal predetto Nipote, ma di quell'ancora, che mercè alla protezione, e favore della prefata Altezza Reverendis., & alla cortesia d'Amici, e Padroni di qui, e fuori, dopo una particolare attenzione, e diligente ricerca m'è riuscito d'andar di quà, e di là rispigolando. Et affinchè segua ciò in forma la più copiosa che possibil sia, supplico tutti quegli, a' quali perverrà notizia di questi miei grati sentimenti, a voler essermi liberali in farmi pervenir i Trattati, o' discorsi, o le lettere ch'essi trovansi del Galileo non ancora pubblicate, o in procurarmele da altre parti, perchè, oltre al non tacere il nome di chi a così nobil' opera avrà contribuito, vi sarà in ricompensa, non dico il mio gradimento, che nulla vale, ma quello di tutta la Repubblica Letterata.

FRattanto, perchè tra' luoghi degli Elementi d'Euclide con varietà d'opinioni agitati quello ancora vi è, ormai vulgatissimo, intorno all'Angolo, detto del contatto, sopra del quale il Galileo partecipò già per lettera ad Amico suo con opportuna congiuntura il proprio sentimento, e questo parmi che sia molto plausibile, e degno dell'Autore, ò risoluto di aggiungerlo qui, corretto intanto da' molti errori di stampa, che sono in essa lettera, la quale perchè venne inserita di passaggio dall'Amico stesso in una sua piccola Opera Matematica, trovo che a pochi è pervenuta a notizia fin ora, siccome è nota a me da pochi anni in quà.

PA-

PARERE DEL GALILEO

INTORNO ALL'ANGOLO DEL CONTATTO

Spiegato da esso in una lettera di risposta scritta dalla
Villa d'Arcetri ne' 30. Ottobre 1635. a Giovan
Camillo Gloriosi Matematico Napoletano,

E stampata da questo nella sua terza Deca dell'Esercitazioni
Matematiche a fac. 146. dell'impressione di Napoli
nel 1639. in quarto.

*Dopo d'accusare la ricevuta di questa Deca inviatagli dall'Au-
tore, così segue il Galileo.*

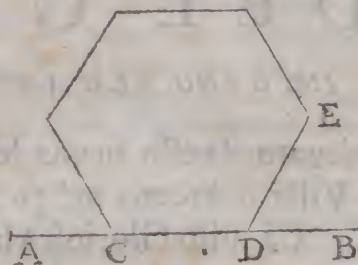
IN tanto, per segno d'aver pur veduto qualcosa delle sottilis-
sime speculazioni di V. S. voglio conferirle certo mio discor-
so, che gran tempo fà mi passò per la fantasia, per prova-
re, che l'angolo del contatto sia detto così equivocamente, &
che insomma non sia veramente angolo, convenendo in questo col
Vieta, le cui ragioni molto acutamente par che V. S. vada redar-
guendo; sicchè se mi mostrerà la fallacia della mia, che mi par poco
men che concludente dimostrazione, bisognerà ch'io sia con Lei.

Stando dunque su la ricevuta definizione, che l'Angolo sia l'in-
clinazione di due linee poste in un piano, che si toccano in un pun-
to, e non son poste fra loro per diritto; figuriamoci un Poligo-
no rettilineo, & equilatero inscritto nel Cerchio. E' manifesto
le inclinazioni, o direzioni de' suoi lati esser tante quanti gli
stessi lati, se saranno di numero dispari, ovvero quanto la metà,
se'l numero sarà pari (avendo gli opposti la medesima direzzio-
ne). Ora, se intenderemo a qualsivisia linea retta A B della seguen-
te figura esser applicato il lato C D d'uno di detti Poligoni; questo
con quella non formerà angolo, camminando amendue per la me-
desima direzione, ma ben lo formerà il lato seguente D E, co-
me quello, che sopra la segnata retta si eleva, & inclinandosegli

O 2

sopra,

sopra la tocca. E perchè 'l Cerchio si concepisce esser un Poligono di lati infiniti, è necessario che nel suo perimetro sieno tutte le direzioni, cioè infinite; e però vi è quella di qualsivoglia linea retta segnata, la quale non può intendersi esser'altra, che quella del lato (degl' infiniti che ne à il Cerchio) che ad essa sia applicato; adunque quello del Cerchio che alla linea retta si applica, non forma angolo con essa; e tal è il punto del contatto. Qui poi non si può dire, che se bene 'l punto che tocca, non contiene angolo colla tangente, tuttavia pur lo contenga 'l punto contiguo conseguente; siccome nel Poligono, non il lato, che s'applica alla retta proposta, ma il lato seguente è quello che l'angolo forma, e costituisce; non si può dico dir questo, perchè 'l punto, che succede a quel del contatto, non tocca la retta, la quale da un sol punto del Cerchio, e non da più vien toccata; ma nella definizione dell'angolo si ricerca, oltre all'inclinazione, il toccamento ancora, adunque il chiamato angolo del contatto è con errore detto così, nè è veramente angolo, nè à grandezza alcuna.

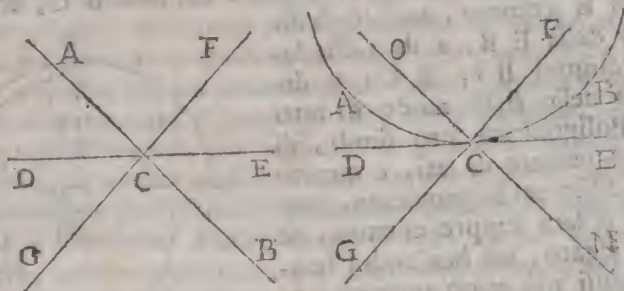


Sovviemmi anco, oltre a molt'altri, aver fatto un discorso in cotal forma.

Se stando ferma la D E, intenderemo la segante A B girarsi sopra 'l punto del segmento C, sicchè dallo stato A B calando A verso D, trapassi in G F, facendo l'angolo F C E superiore alla D E, dove prima conteneva l'inferiore E C B; è manifesto l'angolo B C E andarsi per tal conversione inacutendo, e ristignendo in modo, che finalmente la sua quantità si annichili, e del tutto svanisca, il che accaderà quando essa retta A B si congiungerà con la D E. Ora applicando lo stesso discorso all'arco A C B segato dalla retta O N nel punto C, costituendo i supposti angoli misti A C O, N C B; se intenderemo essa retta O N girarsi sopra 'l punto C, da O verso D inacutendo i detti angoli, e finalmente trapassando nello stato di G C F, sicchè l'angolo inferiore N C B si faccia superiore, come F C B, non comprendo come ciò possa accadere senza passar per l'annichilazione di essi

an-

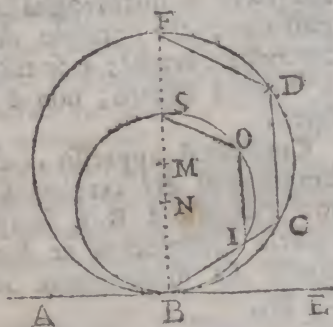
angoli, la quale annichilazione non può esserè, se non quando
essa retta convertibile non segasse più la curva A C B, il che,



avviene quando essa si unisce con la tangente D E. Nell'arco dunque, e nella tangente non sono angoli, ma l'annichilazione degli angoli.

Il discorso anco, che vien fatto per confermare che l'angolo della contingenza non solamente sia quanto, ma talmente quanto che' sia divisibile in infinito, mentre si descrivano cerchi maggiori, che passino per lo medesimo toccamento, è, s'io non m'inganno, manchevole; imperciocchè non l'angolo, il quale dico non aver quantità, ma ben lo spazio tra la circonferenza del minor cerchio, e la retta tangente vien diviso, e suddiviso dalle maggiori, e maggiori circonferenze; il che assai chiaramente mi par che si possa mostrare coll' esempio de' molti Poligoni rettilinei simili, e diseguali nella seguente maniera.

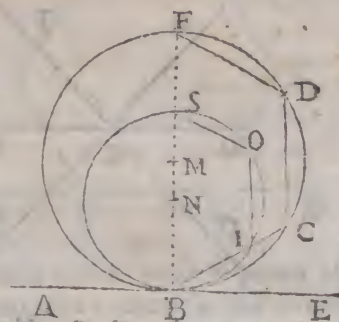
Sieno nella retta M B perpendicolare alla A E, i centri M, N, di due cerchi diseguali toccanti la A E nel medesimo punto B, & intendasi nel minore inscritto un Poligono equilatero, del quale sieno lati le rette B I, I O, O S, e prolungata la B I termini nella circonferenza del cerchio maggiore nel punto C; è manifesto la linea B C esserè un lato del Poligono similmente inscritto nel cerchio maggiore, nel quale le due



C D,

LIBRO DELL'ANGOLO DEL CONTATTO

C D, D F sieno lati conseguenti. Qui si vede che 'l perimetro E D C B divide ben lo spazio intercetto tra 'l perimetro del Poligono S O I B, e la retta B E; ma non però vien diviso l'angolo I B E, essendo 'l lato I B parte del lato B C, & esso angolo I B E comune, anzi lo stesso del fatto dalla E B, e da i due lati de' Poligoni B I, B C; e discorrendo nello stesso modo di tutti gli altri Poligoni tra loro simili, di qualunque numero di lati, e quanto si voglia differenti in grandezza, l'angolo I B E farà sempre comune, nè giammai segato, ma ben' andrà sempre facendosi più acuto moltiplicandosi i lati del Poligono; vero è che l'angolo I B E farebbe esso ancora, diviso dal lato d'un Poligono maggiore, tuttavolta ch'e' fosse di più lati, & in conseguenza dissimile. Di qui mi par che si possa ritrarre, che essendo i Cerchi tutti, poligoni simili di lati infiniti, applicandogli alla retta A E nel comune toccamento B, venga ben lo spazio tra la tangente, e l'arco interno B I O S, diviso dall'arco esteriore B C D F, ma non già l'angolo B, essendo comune ad amendue i poligoni; e l'essere i Cerchi tutti, poligoni simili di lati infiniti, toglie il poter si dire il Cerchio maggiore esser Poligono di più lati, che il minore, e perciò atto a dividergli il suo angolo, perchè siccome non si può intendere Poligono alcuno poter si inscrivere in un cerchio, benchè immenso, di lati innumerabili, che uno di altrettanti (e però simile) non si possa inscrivere in qualsivoglia altro, benchè piccolissimo, così non si può dire, che l'angolo del contatto non sia uno, e comune ad amendue i cerchi; e se tal'angolo non è divisibile, non è quanto, e se non è quanto, non è vero angolo, ma equivocamente così detto.



Considerisi appresso, che siccome moltiplicandosi più, sempre più nel cerchio S O B il numero de' lati del Poligono, l'angolo I B E sempre si fa più acuto, par che per necessaria conseguenza ne segua, che dove i lati sieno infiniti tal'angolo sia infinitamente acuto, cioè non quanto, e non angolo, &c.

Segue

Segue dipoi il Galileo con altro breve capitolo esaminando alcune conclusioni, che il Glorioso inferisce dalle ragioni addotte dal sopranominato Francesco Vieta: Ma essendochè per l'intelligenza di tali ponderazioni converrebbe riferire, e ciò che scrisse l'istesso Vieta, e ciò che v'oppose il Glorioso, con la risposta di questo al medesimo Galileo, tralascio di trascriver più oltre esso Capitolo, e rimetto i Curiosi, a soddisfarli pel rimanente ne' proprj Autori; poichè non ò preteso di portar quì il progresso tutto della quistione, con le proposte, e risposte altrui, ma solamente le principali ragioni, che a stimar nullo tal angolo mossero il mio reverito Maestro, al di cui parere liberamente sottoscrinendomi, così mi fo lecito di soggiugnere.

Se trà le condizionali dell'angolo piano volle Euclide nella definizione di esso, quella ancora, che le linee costituentilo non sieno poste frà loro in diritto, parmi che di quì assai manifestamente si comprenda, ch'ei non intese per modo alcuno di chiamar con quel nome l'incontro d'una linea curva con una retta, e perciò non quello della circonferenza d'un Cerchio con la retta linea toccantelo: essendo assolutamente impossibile costituire, o adattare una linea curva talmente ch'ella torni in dirittura con una retta, e tanto più è impossibile il far ciò con due curve insieme congiunte: Onde non potendosi mai con esse linee effettuare la vietata posizione, superfluamente, e fuori di proposito l'avrebbe egli esclusa da simil sorta d'accoppiamento. Se dunque egli stimò necessaria alla definizione dell'angolo piano quella particolare eccezione, parmi che di quì concluder si debba, che egli intese di parlar d'angoli fatti solo da quelle linee, che qualche volta coll'eccettuata posizione si abbattano d'accoppiarsi: E tali sono le linee rette solamente, due delle quali toccandosi in qualche punto comune ad esse, possono dopo l'infinita inclinazioni, e aperture sempre maggiori giugnere finalmente a situarsi trà loro in una medesima dirittura. Di quì è che io mi fo a credere, che Euclide adducesse la definizione solamente per l'angolo rettilineo, e non quella generale per questo, e per gli altri, chiamati comunemente curvilinei, cornicolari, e misti, &c. E ciò maggiormente mi si conferma dall'osservare che il medesimo Euclide in tutti i suoi Elementi, & in ogn'altra sua Opera cognita a noi, non propone mai, come si dice, ex professo, di dimostrare alcun Teorema, o di risolvere Problema intorno a gli angoli, che son detti curvilinei, nè gli paragona mai fra di loro, come egli fa in più luoghi de' rettilinei. Che se nel suo terzo Libro si trova che tali accoppiamenti fatti dalla circonferenza del Cerchio con una retta, che

che lo tocchi, o da quella che passi per lo suo centro, o da altre che lo seghino vengono paragonati, nella Proposizione 16. con gli angoli acuti rettilinei, e nella 31. coll'angolo retto, io non son lontano dal creder quello, di che sospettò col Peletario quel sublime 'ingegno Franzese tra' Restauratori dell'antica Geometria forse 'l primo, dico Francesco Vieta, che queste tali comparazioni sieno state aggiunte alla fine di dette Proposizioni da qualche bello spirito degli Antichi, o, come sogliamo dire, da qualche Saccente: anzi tengo per fermo, che cetui uomo le cavasse quivi come Corollarj delle medesime proposte d'Euclide, onde poi a contemplazione di queste sue aggiunte gli convenisse alterar la definizione dell'angolo premessa da Euclide al suo primo Libro, la quale stando forse così (Angolo è quella scambievole inclinazione di due linee rette poste in un piano, che toccandosi in un punto non son poste in dirittura fra di loro) la riformasse per farla più generale, e che servisse a quelle sue aggiunte, con levar la condizione di rette alle linee, e così la riducesse universale per tutti gli angoli da lui intesi, e che di poi v'aggiungesse di proprio la definizione particolare pe' soli rettilinei, siccome ancora che al terzo Libro premettesse la definizione per gli angoli delle porzioni, la quale io per mè stimo adattata a questi non meno impropriamente, che a quello chiamato del contatto. Ma in qualunque modo ciò sia seguito, non mi par già ch'è meriti il conto il diffondersi, e confondersi di vantaggio in simil contesa; poichè quando bene 'l tutto fosse veramente d'Euclide stesso, non sò poi veder che gran biasimo glie ne venga, e qual pregiudizio resulti alla stabilità de' fondamenti Geometrici, ond'egli occorra affannarsene col medesimo Vieta dicente che non a torto si tiene per qualcuno tali conclusioni controverse essere adulterine, nè sibi non satis constet Euclides, & alioqui Geometrica multa corrumpunt fundamenta; perche finalmente quando mai si concordi, o si conceda che l'addotta definizione non si competa ad altri angoli, che a' rettilinei, e che questi soli come enti, e però come quanti sieno divisibili, e comparabili fra di loro, e che gli altri tutti impropriamente si chiamino angoli, e si voglia poi, non ostante, che le comparazioni de' curvilinei co' rettilinei sieno proprie d'Euclide, il maggior disordine, che accader possa in Geometria, sarà che le dette comparazioni fatte nel fine delle citate proposizioni del terzo Libro sieno improprie, o non vere, e conseguentemente n'avverrà, che 'l numero delle vere proprietà Geometriche (il qual non vi è dubbio, ch'è sia infinito) manchi di un due, o di un tre al più. Ma che? esso numero pur tut-

avia

tavia resterà infinito. Oltrechè, quando tali conclusioni si togliessero affatto dagli Elementi, tutto il rimanente, avrebbe per appunto suo vigor come prima, come che esse abbian fine nel medesimo lor principio, e da esse non dependa pur una delle tant'altre proprietà dimostrate in tutti i quindici Libri degli Elementi d'Euclide, o degli altri Trattati che di lui ci son pervenuti alle mani.

Oltr'all'addotte, altre ragioni vi farebbero per confermare il non esserè di sì fatt'angolo: ma parendomi in fine tal disputa, come dir sogliamo, di lana caprina, chiunque à più genio alle controversie di cose frivole (che di questi il mondo letterato pur troppa abbonda) che alla sodezza delle verità inrefragabili Matematiche, potrà veder'a piacer suo ciò che negando, o affermando ingegnosamente ne scrissero,

oltre i mentovati Autori, il Cardano, il Peletario, il

Clavio, il Tacquet, ed altri celebri Matematici che

non vi marcano, e per tal guisa tentar d'estin-

guere, se non accender viè più questa sete.

Ichio per me, in materie simili stimo se-

te d'infermo più che di sano, la

quale appagata, suol bene spes-

so più tosto offenderlo,

che ristorarlo.



ESSENDOSI preteso sol pubblicato fin qui di spianare alcune difficoltà, e di facilitar varie cose de' primi Elementi Geometrici, non sarà fuor di proposito l'addurre in questo luogo le Proposizioni 28. e 29. del sesto Libro d'Euclide dimostrate in un modo assai spedito, con che soleva spiegarle congiuntamente il celebratissimo Matematico di S. A. Evangelista Torricelli mio Antecessore, e sono le seguenti.

P R O P O S. XXVIII. E XXIX.

DEL SESTO LIBRO D'EUCLIDE

Dimostrate congiuntamente

DAL TORRICELLI.

ALLA data linea AB applicare un parallelogrammo uguale al dato rettilineo C , e che manchi, o ecceda d'un parallelogrammo simile al dato E : ma bisogna che, quando si deve adattare il parallelogrammo che manchi, &c. il dato rettilineo non sia maggiore del parallelogrammo che è simile al dato, e che è descrittibile sopra la metà della linea data.

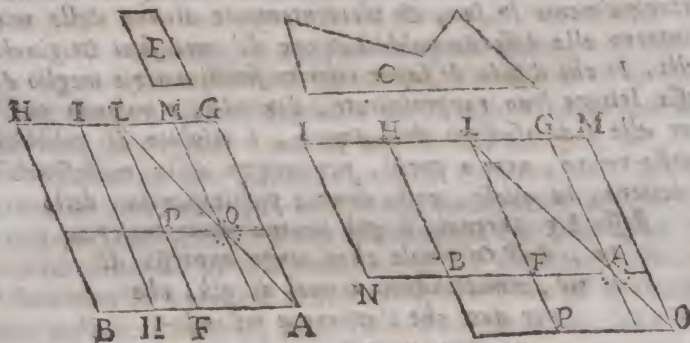
^a Prop. 18.
del Lib. 6.

^b Prop. 49.
del Lib. 17.

SEGHISI per mezzo la BA in F , e sopra l' FA si faccia ^a un rettilineo FG simile al dato E , che sarà parallelogrammo, e si compisca sopra tutta la data AB il parallelogrammo AH . Dipoi alla retta BH , nell'angolo BHI si applichi ^b il parallelogrammo BI uguale al dato rettilineo C , e tra le GL & LI si prenda la media proporzionale LM , e tirato il diametro LA si finisca la figura dal punto M . Dico che il parallelogrammo BO , che è adattato alla data AB , e che nella prima figura à il mancamento AO , e nella seconda à l'eccesso AO simile all' FG , ovvero al dato E , è uguale all'altro dato rettilineo C .

IMPER-

IMPERCIOCCHE la figura AL alla simil figura LO sta come la linea GL alla linea LI delle tre GL, LM, LI in continua proporzione, ovvero come la medesima figura AL, alla figura LN, adunque i parallelogrammi OL & LN sono uguali, e nella prima figura, tutto LA è eguale a tutto LB, adunque il rimanente gnomone PAM è uguale al rimanente parallelogrammo BI. MA, nella seconda figura, essendo tutto OL uguale a tutto LN, come poco fa s'è provato, e la parte LA uguale alla parte LB, resterà il gnomone PAM uguale al rimanente parallelogrammo BI.



E' dunque in ciascuna figura il parallelogrammo BI uguale al gnomone PAM, cioè al parallelogrammo BO (perchè il parallelogrammo BP è uguale al PA, ovvero all' AM, & aggiunto comune FO, tutto BO è uguale a tutto l' gnomone PAM) ma il parallelogrammo BI è fatto uguale al rettilineo C, adunque anche il parallelogrammo BO sarà uguale al medesimo C, & è il BO adattato alla data linea AB, e manca, nella prima figura; & eccede, nella seconda, del parallelogrammo AO simile al dato E. Che è quanto fu proposto di fare.

a Coroll. del
le Prop. 19
del 6.

b Propos.
del 6.

c Affione 7.
del pref.
Trattato
le Propos.
ni

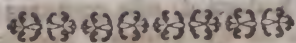
d Propos.
del 6.
e Per la
depo.

Per la me-
desima.

PERCHE' gli Originali della passata Proposizione, & dell'altra posta qui sotto il numero 19. di questo Trattato delle proporzioni si trovano, com'io dissi, con gli altri scritti non ancora stampati del Torricelli appresso 'l Sig. Lodovico Serenai, stimai convenirmi, avanti di farne 'l disteso, di accennare a lui stesso il desiderio ch'io aveva d'inserir in questo medesimo Trattato le due sopradette Proposizioni. Egli non contento di favorirmi colla sua approvazione datamene in voce, per maggiormente obbligarmi, volle dipoi confermarmela con sua propria lettera, per la quale riconvenendo me con alcune molto discrete, e giuste domande, cortesemente mi prega a pigliar congiuntura in questo Libretto di far palesi al Mondo varie particolarità tocanti principalmente le sue, & incidentemente alcuna delle mie discolpe intorno alla differita pubblicazione de' medesimi Originali del Torricelli. Io che diffido di saper riferire simili notizie meglio di come in essa lettera sono rappresentate, dovendo, e volendo pur cooperare alle soddisfazioni dell'Amico, è risoluto di pubblicar queste verità, note a pochi, per mezzo della medesima lettera, la quale, colla dovuta partecipazione dello stesso Sig. Serenai, è qui puntualmente trascritta, dall'Originale ch'io tengo appresso di me, rimettendomi a quel di più, che per quel che s'attiene a me io sono per narrare a parte coll'opere proprie del Torricelli, che

ben prestanti saranno in ogni
DIO
piacendo verranno
in luce.

LETTERA



L E T T E R A
DEL SIG. DOTTOR LODOVICO SERENAI
CONTENENTE

Il ragguaglio dell'ultime Opere Matematiche
D'EVANGELISTA TORRICELLI
non ancora pubblicate.

Mio Sig. e Padron Singularissimo.



LLA delicatissima modestia di V. Sig. si deve attribuire il non aver voluto senza la mia licenza, inserir nel Trattato ch'ella stà per pubblicare delle Proporzioni, la XI. Proposizione di quel Libretto, che il Sig. Evangelista Torricelli compose con lo stesso titolo, e che si stamperà coll'altre opere sue postume; nè anco quella sua costruzione, e dimostrazione, della qual sola con la consueta sua brevità maestosa ci si serviva per ispiegar insieme l'ottavo, & il nono Problema del sesto d'Euclide: siccome alla vaghezza ch'ell'ha d'onorar me, io attribuisco l'aver a me domandata licenza tale, quasi che la licenza mia, come Esecutore da lui eletto della pubblicazione dell'Opere sue, deva supplire per questa parte alla pubblicazione non ancor fatta; attesochè, può valersi V. S. più d'ogn'altro, e in detto Trattato, & in qualunque altr'Opera sua, non solamente di quelle due, ma di tutte le di lui cose simili, massime volendone citar l'Autore, e non tacerlo, come bene spesso fanno molti, per altro lodevoli Scrittori, senza vergognarsi d'usurpar l'altrui gloria; e quel che più importa, perchè ell'ha nell'Opere Geometriche postume del Torricelli quella parte, che dopo l'Autore non può vantare alcun'altro. Però è tanto superfluo che per valersi delle due, e d'altre dimostrazioni di lui ell'abbia bisogno di mia licenza come d'Esecutore ch'ei si compiacque di farmi della sua volontà, e testamento, che anzi più tosto io devo, come tale, sincerar il Mondo che a lei sola sarà dovuto il merito della pubblicazione di tutte. La qual cosa confido mi verrà fatta per mezzo delle notizie contenute in

que-

Al Sig. Vincenzio Viviani, &c.

questa Lettera, se V. S. darà di esse contezza al Lettore nell' istesso Trattato, com' io ne la prego, acciocchè servano a me per discolpa della differita pubblicazione, e per consolazione di chi temesse che la tardanza abbia dato campo franco a chi si fosse fatto Autore di qualche invenzione del nostro Amico.

Due furono i Matematici, de' quali per ordine da lui datomi io doveva far capitale per la detta pubblicazione; il Padre Fra. Buonaventura Cavalieri, e il Sig. Michelagnol Ricci come più abili a riconoscere negli scritti ch'ei lasciava, le cose da stamparsi, e a ordinarle, perchè con loro quà in Italia aveva conferite molte delle sue speculazioni; e nominò prima il Cavalieri, che aveva fra mano appunto allora la stampa dell'ultimo suo Libro intitolato *Exercitationes Geometricae*, affinchè con esso stampasse ancora delle cose di lui quelle, che trovasse più all'ordine; e per l'altre elesse il Sig. Ricci; stimandolo il maggior ingegno da lui conosciuto nelle Matematiche, e da lui in esse introdotto, e il maggior amico che avesse. Ma il primo mi fu rapito dalla morte poche settimane dopo al Torricelli, e il secondo, che DIO lodato ancor vive mio reveritissimo Signore, me lo tolsero la sua precedente disapplicazione per lungo tempo da queste speculazioni, molte cure domestiche necessarie, studi più gravi, & affari più importanti nella Corte Romana. E non ebbi alero degno, e sicuro refugio che V. S. La quale se ben a principio, e per quattro anni ci ebbe gran renitenza, contrastandoglielo l'assiduo servizio al SERENISS. FERDINANDO II. tanto affezionato a' Professori di queste scienze; l'esser Capo di Casa con molti travagli di liti, e di frequenti indisposizioni; l'Opere Geometriche sue proprie concepite, e non condotte; e la debolissima complessione; accettò nondimeno di farci il possibile; quando intese che l'istesso SERENISS. (informato da me del capitale mancato, e ricordato si aver S. ALT. in Firenze un Matematico qual era V. S. fin allora) applicò l'animo a fare stampar quì quest'altre opere dell'amato suo Torricelli, come a sue spese aveva già fatto l'anno 1644. le prime pubblicate da esso Autore; e a quest'effetto mi comandò S. ALTEZZA far sapere a V. S. aver caro, ch'ella ci si disponesse. Accettò d'issi, ma con inviolabil patto, e condizione, ch'io dovessi sempre, e tenacemente custodir presso di me inseparabili gli scritti del Torricelli, & a lei darne solamente le copie. Il che dalle necessarie, e continue occupazioni dovute per la mia famiglia, e per l'offizio, non mi fu permesso di fare di

tutti

tutti gli originali primà che nello spazio d'altri quattr'anni, otto cioè dopo la morte di lui. Nelle quali copie impiegai la più attenta diligenza ch'io seppi trascrivendo con la scrittura non tanto le figure anco fregate, e cassate, ma ogni linea, ogni punto, e quasi ogni scorbio; acciocchè nelle mie copie non mancasse nulla di quel che l'Autore avesse accennato alla sua propria memoria; e così ell'equivaleffero a gli stessi Originali per lo fine proposto: siccome elle sono state sufficienti, mercè principale alla grande, intelligenza, e speculazione di V. S. giacchè ella mi dice aver condotta l'opera al termine, e non ò memoria ch'ella m'abbia richiesto più che una volta di confrontar certa copia coll'originale.

Potranno ben soddisfarfi i Matematici che leggeranno l'Opere postume, di confrontarle co' propri scritti del Torricelli; poichè posti da me in casa mia d'avanti a V. S. confusi, come gli avevo trovati nello scaffale del defunto Autore, furon da lei, me sempre presente (così convenendomi fare per compiacere al gusto, e voler suo, e alla sua delicata natura) distinti con applicata attenzione in diverse classi; e da me poi, in piè della lor prima faccia numerati a caratteri rossi d'abbaco che arrivarono al numero 253, ne fù fatto puntualissimo Inventario, descrivendo in esso a numero per numero se eran più fogli, o un solo, e se mezzo, se quarto, e quanto ne fosse scritto. Quale Inventario di mia mano con gli stessi Originali in un Volume composti, furon già da me, con gusto, e consiglio di V. S. concordendoci il beneplacito della prefata Sereniss. Altezza, destinati a depositarsi, dopo la pubblicazione dell'opere (se ci sarà come spero permesso dal SERENISS. PADRON REGNANTE) nella famosissima MEDICEA Libreria di San Lorenzo, Tesoro notissimo al Mondo di manoscritti reconditi, e d'Opere d'Autori singularissimi, e al quale ricorrono, e concorrono giornalmente Letterati Italiani, e Oltramontani per appagar le virtuose curiosità loro.

Quivi detti Originali mai veduti presso di me da altri che da V. S. nel modo già detto, e poi una sol volta di passaggio, e in piè in piede molti anni fà dal Molto Reverendo Padre Fra Stefano Angeli oggi Lettore delle Matematiche in Padova, che me ne pregò; e mi riconobbi tenuto a compiacergli per mostrarmi cognitore dell'ingenuità sua, e grato a gli obblighi seco contratti, quando mi mandò cortesissimamente più lettere del Torricelli trovate da esso fra le scritture del morto Cavalieri. Quivi dico conservati testificheranno la fedeltà mia: confrontati coll'opere postume.

sume, manifesteranno la nobil fatica di V. S. e vivendo nella propria penna dell' istesso Autore, questa (qual d'Aquila) divorerà le penne vili di chiunque tentasse, o avesse tentato di farsi bello di alcuna delle Invezioni del nostro Torricelli, che ne comunicò molte a più d'uno.

Queste notizie, con altre ancora, m'ero persuaso di poter pubblicare col favor di V. S. nel principio delle stesse Opere Postume. E mi son rallegrato sentendo ch'ella si trova in punto per la stampa di esse quando sarà finita l'impressione di questo suo Trattato delle Proporzioni, e dell'altra sua Opera Conica ch'io veggio sotto al Torcolo. Ma perchè la quotidiana, e sensibil diminuzione delle forze di corpo, e di mente mi fa ragionevolmente temere, in questa mia cadente età di 75. anni, che la dimora, benchè breve, di V. S. d'attorno a quest' Opere proprie, sia per esser più lunga della mia vita; concedami, prego la sua gentilezza di agguigner queste notizie al suo Trattato da stamparsi ora il primo; perchè io goda vivendo di veder paleseate queste almeno. E sien caparra dell'altre che poi si vedranno coll' Opere Postume; la vita cioè dell' Autore: l'infortunio del deposito di suo cadavere: la memoria che il medesimo SERENISS. FERDINANDO aveva comandato ergersegli nel Chiosiro di S. Lorenzo, con Ritratto in marmo fattone già il modello dallo Scultor Foggini: le Lettere passate tra lui, e diversi Matematici in materie Geometriche, da me doppiamente dovute al Pubblico; in esecuzione cioè del suo testamento, e in confermazione della robustissima difesa composta, e stampata l'anno 1663. con titolo di Lettera a' Filaleti di Timauro Antiata dal Sig. Carlo Dati Professor di lettere greche, e latine in questo Studio, e mio Sig. zelantissimo della verità, e della gloria dovuta all' Amico; come anco in confermazione dello strumento ad istanza mia celebrato d'avanti al Sig. Consolo della nostra Fiorentina Accademia, e stampato con quella Lettera del Sig. Carlo: e caparra finalmente delle Lezioni Accademiche dell'istesso Torricelli, da lui a me donate liberamente, al qual onore io non ò saputo come meglio corrisponder gratamente, che liberandole dalle tenebre del mio Scrittoio, restituirle alla luce meritata a prò dell'ingenna Filosofia, che quanto dal gran Galileo, altrettanto fù amata da lui.

Il quale come fu il primo che aprisse la strada a' Geometri di misurar l'Infinito, & a esso uguagliare il finito; così mi persuadono i virtuosissimi suoi costumi aver aperta a lui quella del Cielo

lo ; dove vegga la vita sua quà sì presto finita, quivi uguagliata all' eternità : e non più infiniti, che non sono altrove che nell' Intelletto de' Geometri, e quivi anco sfuggono la capacità de' gli stessi intendenti ; ma gli sia visibilmente manifestato , e comunicato QUELLO CHE È PRINCIPIO SENZA PRINCIPIO, FINE SENZA FINE, SOLO E VERO INFINITO. E nulla curando quella vana immortalità che in questo secolo moribondo può esser del suo nome da noi propagata, e a lui non più appartenente (com' egli stesso diceva in una delle dette Lezioni) gradisca nondimeno che quanto prima sieno pubblicati i suoi scritti in aumento dell' umane scienze, e a gloria di DIO. A cui piaccia di conceder a V. S. lunga, e felice vita ; acciocchè avendo cortesemente posposte all' Opere dell' Amico, tante che le restano delle sue proprie, ella possa con queste ancora arricchir le Matematiche quanto prometton quelle ch'ell' a già pubblicate, e che ora sta pubblicando. Con questa sola ma continuata, e affettuosa preghiera io posso ringraziar V. S. già che il mio debil talento non arriva a farlo com' io vorrei, e quanto, com' Esecutore, io dovrei. Saprà ben l' Autore con impetrarle questa, e ogni altra grazia maggiore remunerarla, mentre io mi rassegnò qual mi professo

Di V. S. mio Sig. e Padron Singulariis.

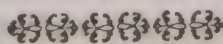
Di Casa 27. Dicembre 1673.

Devotiss. e Obbligatiss. Serv. vero

LODOVICO SERENAI.

Q

ALCV.



ALCUNE NOTE, E AGGIUNTE DI V. V.

AL PRIMO LIBRO D'EUCLIDE.



N' Amico de' mie' studi informato m'esorta ad aggiugner alle cose addotte fin qui, (appartenenti tutte a' primi Elementi, Geometrici) alcune mie dimostrazioni intorno al primo libro d'Euclide, delle quali io non feci mai troppo conto come ch'elleno sien' intorno a proprietà già note per altre vie, e solo per esercizio d' Principianti: ma perchè a questi appunto è destinato 'l presente Libretto, e tali dimostrazioni tendono pur'anch'esse, o a facilitarne, o ad illustrarne alcun'altre d'Euclide stesso, e tutte anno con loro la prerogativa almeno d'esser Geometriche, cioè vere, volentieri m'induco a compiacermelo, come si vede. Quando poi mi si presenti ozio più opportuno, colla pubblicazione d'altri, e Problemi, e Teoremi spezzati, in gran numero, cercherò di recuperarli quegli, che certi Tali, per mancamento forse di memoria, anno dato fuori per propri, e con evidenza maggiore d'ogni eccezzione ricorderò loro, e mostrerò a gli altri ch'io una volta ne fui l'Autore, affinchè quei che per miei gli sentiron già non infiriscano dal mio tacere conseguenze direttamente contrarie a quelle, che essi dopo le mie riprove ne dedurranno.

DICO dunque per ora che già sono poco men di trent' anni che riflettendo alla difficoltà che per lo più arrear suole a' Principianti nella Geometria, la quinta Proposizione del primo degli Elementi, attribuita da Proclo a Talete, a segno che, riuscendo malagevole a' molti il passarla felicemente, e senza inciampo, alcuni di essi non proseguivano più oltre il viaggio loro, mi sovvenne altra maniera più facile per dimostrar in primo luogo la prima parte solo di tal Proposizione, poichè la prova della seconda veddi che si poteva immediatamente cavar dalla Prop. 13. del medesimo Libro, senza bisogno fin qui vi d'usarla mai; e perciò la medesima prima parte sono stato solito dall'ora in quà di spiegarla, e darla ancor in iscritto come segue, dependendo tutta dalla passata quarta Proposizione.

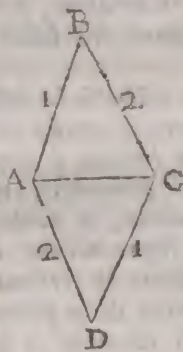
Pri-

Prima parte della PROP. V. del Lib. I. d'Euclide.

IN ogni triangolo equicrure, gli angoli sopra la base sono uguali fra loro.

DEL triangolo ABC sieno i lati uguali BA , BC . Dico che gli angoli BAC , BCA sopra la base AC sono tra loro uguali. IMMAGINIAMOCI rivoltarsi il triangolo ABC intorno la sua base AC , e cadere dalla parte contraria in ADC , in modo che il lato AB cada in AD , il CB in CD , siccome l'angolo B in D , l'angolo BAC in DAC , e l' BCA in DCA .

QVI è manifesto che essendo AB uguale ad AD , e CB a CD , e i due AB , CB , dati uguali, anco i due AD , CD saranno uguali, e perciò tutti quattro uguali: onde per nostra comodità potremo ne' triangoli ABC , ADC contrassegnare i lati a modo nostro, e dire che il lato AB nel primo è uguale al lato CD nel secondo, il CB nel primo all' AD nel secondo, e l'angolo compreso ABC nel primo, è uguale all'angolo CDA nel secondo, (per esser questo per così dire l'impronta di quello) sicchè, per la precedente quarta Proposizione, gli angoli rimanenti opposti a' lati uguali sono uguali: cioè l'angolo, per esempio, BAC , nel primo triangolo, opposto al lato BC segnato 2, è uguale all'angolo DCA nel secondo, opposto al lato DA segnato 2: ma ancora l'angolo BCA del primo è uguale all'angolo medesimo DCA del secondo, (per esser questo ancora la stampa, o l'impronta di quello) adunque se l'uno, e l'altre angolo BAC , BCA è uguale al medesimo DCA , quei due saranno fra loro uguali, e sono sopra la base AC del dato triangolo equicrure ABC . Adunque è manifesto quanto si propose di dimostrare.



Seconda parte della PROP. V. del Primo Libro d'Euclide
da dimostrarsi immediatamente dopo la PROP. 13.

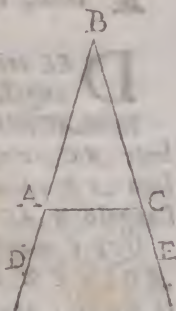
IN ogni triangolo equicrure prolungati i lati uguali, gli angoli sotto la base sono fra loro uguali.

Q 2

SLA

SIA il triangolo equicrure ABC , di cui sien prolungati i lati uguali BA , BC sotto la base AC verso D , E . Dico che gli angoli CAD , ACE sono uguali fra loro.

PERCHE', tanto gli due insieme BAC , DAC , che gli due insieme BCA , ECA , sono uguali a due retti, per la Prop. 13. d'Euclide, ma tutti gli angoli retti, per la quarta domanda, sono uguali, adunque la coppia d'angoli intorno A è uguale alla coppia d'angoli intorno C ; ma quei di sopra la base si sono provati uguali, per la Prop. 5. passata, adunque tolti questi dalle dette due coppie rimarranno, pel terzo assioma, quei di sotto la base uguali fra loro. Il che si doveva dimostrare.



SEGUE la sesta Prop. nell'ordine d'Euclide: ma, perchè questa serve immediatamente alla settima, e la settima è Lemma dell'ottava, e non è mai più altr'uso in tutti gli Elementi, e l'ottava io la soglio provar, subito dopo la quinta, al modo di Proclo, riferito ancora dal P. Clavio, senza bisogno alcuno delle precedenti sesta, e settima, però io tralascio affatto la settima, riservandomi a provar la sesta, (che è il converso della prima parte della quinta, e che serve a molt'altre degli Elementi) dopo la Prop. 18. d'Euclide, così.

PROP. VI. del Primo Libro d'Euclide
da provarsi dopo la XVIII.

SE un triangolo avrà due angoli uguali, anco i lati opposti ad essi faranno uguali.

IMPERCIOCCHE', se uno di essi lati fosse maggior dell'altro, sarebbe, per l'antecedente Prop. 18. il suo angolo opposto maggiore dell'angolo opposto al lato minore, il che è contro 'l supposto, che fu, che i detti angoli fossero uguali. Adunque tra' detti due lati opposti non vi è il maggiore, e però sono uguali per necessità. Il che, &c.

IL Teorema che viene appresso lo do in quel modo in ch'io me lo trovo disteso latino, premettendovi una mia lettera scritta ad un R. Sacerdote Pollacco a chi io lo nviai fattone richieder pochi anni sono, per la quale apparisce il tempo, e l'occasione, ch'io porsi a mè medesimo di dimostrarlo.

ADM. REVER. AC VERE^r ADAMANDO VIRO

P. ADAMO ADAMANDO

SPECTATISSIMI FLORENTINI

COLLEGII SOC. IESV

MATHEMATICO PRAESTANTISSIMO

Vincentius Viviani

S. D. P.

NON est cur tibi superbè denegem modestissime Vir, & eruditissime, meam Theorematis illius demonstrationem, quam hesternæ die per gratissimum Nuntium pro tua humanitate a me expetere dignatus es, tum quod ad annos triginta verbis, & scriptis eam ipsam plurimis alijs iam communicatam volverim, tum quod tua præclara nota ingenuitas non hanc tantum unam è Geometricis meis exercitationibus, sed quidquid unquam ex ingenij mei tenuitate proditum fuerit fidei tuæ committere hilari, tutoque animo me invitet.

Quod autem ad huius Theorematis indagationem, vix Geometria limini appulsus, tunc temporis applicuim, in causa fuit admirandum illud Pythagoræ inventum de æqualitate potentia (in triangulo quocunque rectangulo) lateris recto oppositi, erga
poten-

potentias laterum reliquorum rectum angulum comprehendentium. Quum primum enim, nullo explicantis Præceptoris præsidio, ad illius demonstrationem perveni, ignorans adhuc universalem propositionem trigessimam primam de similibus figuris ab Euclide in sexto Elementorum allatam, excogitare cæpi, num, quod de figura quadrata, verum quoque esset de prima, ac simplicissima rectilinearum figurarum equalium pariter laterum, & angulorum, nimirum de triangulo æquilatere; tuncque, ut aperte fatear, magna cum animi alacritate, haud minore fortassis ea, quam Pythagoram expertum fuisse ferunt ob Hecatombes immolationem, in sequentes incidi demonstrationes, duplici via, ac poshabita quacunque ipsius Pythagoricæ Prop. ope, meum idem propositum comprobantes. Has itaque nugas meas, quas aliquid esse putasti, quasque, ut tibi citò morem gererem, quam citissimè perscripsi, grata mente complecti ne graveris, tuque interim uniuersæ Mathesi, ac bono publico vale; meque, ut cæpisti, sic amare perge, atque iterum vale. E meis Ædibus III. nonas Februarij Anno Salutis. Incarn. MDCLXIX.

THEOREMA

Apud PROP. XXXVII. Primi Elementorum apponendum.

IN triangulis rectangulis, æquilaterum triangulum, quod a latere rectum angulum subtendente describitur, æquatur iis, quæ a lateribus rectum angulum continentibus describuntur æquilateris triangulis simul sumptis.

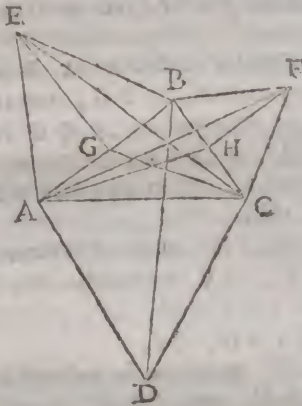
IN triangulo rectangulo ABC sit rectus angulus ad B , ac super ipsius latera descripta sint triangula æquilatera ADC , AEB , BFC . Dico unicum triangulum ADC reliquis duobus simul AEB , CFB aequale esse.

INVARIANTVR rectæ lineæ DE , AF , CE , (quæ utique in uno
codemque

eademque puncto intra triangulum ABC se mutuo secabunt, sed hac nihil ad nos) atque ex E puncto ducatur EG ipsi BC parallela.

IAM, cum angulus CBG rectus sit, ex hypothesi, ipsi quoque parallelarum alternus EGB rectus erit; itemque rectus EGA , qui ei deinceps est: quare, in triangulis EGA , EGB , cum anguli ad G sint aequales, & ad A & B etiam aequales, (quum sint super basim trianguli aequilateri) latusque EG ipsis oppositum utrique triangulo commune sit, & reliqua latera GA , GB , aequalia erunt: quapropter, si iungatur CG , erit triangulum AGC aequale triangulo BGC , hoc est AGC erit dimidium totius dati trianguli rectanguli ABC ; sed triangulum CAE componitur ex tribus EGA , EGC , AGC , & triangulum EGC aequatur triangulo EGB (sunt enim super eadem basi EG , ac inter easdem parallelas EG , BC , per constructionem) ergo triangulum CAE componitur, seu aequale est tribus simul triangulis EGA , EGB , AGC , sed duo EGA , EGB conficiunt aequilaterum AEB , & AGC superius ostensum aequale fuit dimidio trianguli rectanguli ABC , ergo idem triangulum CAE aequale est triangulo aequilatero AEB , una cum dimidio dati trianguli rectanguli ABC .

EADEM penitus ratione (ducta ex F recta FH parallela ipsi BA iunctaque AH) ostendetur triangulum ACF aequale esse triangulo aequilatero CFB una cum dimidio eiusdem dati trianguli rectanguli ABC , quare duo simul triangula CAE , ACF , aquantur duobus simul aequilateris triangulis AEB , CFB una cum duobus simul dimidijs trianguli ABC , nempe una cum integro triangulo ABC , quae simul omnia constituunt quinquilaterum $AEBFCA$, sed triangulum CAE aequale est triangulo DAB (sunt enim latera DA , AB unius, lateribus CA , AE alterius aequalia, utrumque utrique, ex hypothesi, & anguli DAB , CAE , aequales, eo quod uterque ipsorum DAC , BAE sit duae tertiae unius anguli recti, & CAB sit usdem communis) & triangulum ACF ob easdem pariter rationes aequale est triangulo DCB ; ergo & duo simul



simul triangula DAB , DCB , sive quadrilaterum $DABCD$ æquale erit duobus simul triangulis CAE , ACF , sive prædicto quinquilatero $AEBFC A$. Si igitur ex his figuris, quinquilatero nempe, & quadrilatero dematur commune triangulum ABC , supererit æquilaterum triangulum ADC reliquis duobus simul triangulis æquilateris AEB , CFB æquale. Quod erat demonstrandum.

A L I T E R.

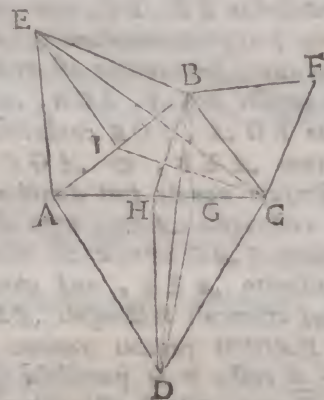
QUAM verò ad Pythagoræ morem quasiissem, quæ nam partes trianguli æquilateri ADC , triangulis AEB , CFB sigillatim æquales essent, id tunc facile assecutus fueram iisdem positis, sed in sequenti schemate, sic.

DEMITTATUR ex B super AC perpendicularis BG , iungaturque DG . Dico triangulum ADG triangulo æquilatero AEB , & triangulum CDG alteri triangulo æquilatero BFC æquale esse.

SECTIS enim bifariam lateribus AC , AB in punctis H , I , iungantur rectæ DH , EI , pariterque DB , EC , BH , CI .

ET quoniam in triangulis ADH , CDH latus AH æquale est lateri CH , per constructionem, & DH communis, basis verò AD basi CD , ex hypothesi, est æqualis, erunt & anguli ad H inter se æquales, nempe, recti; & similiter anguli ad I in triangulis EIA , EIB recti existent, quapropter & DH ipsi BG , & EI ipsi BC , ob alternorum angulorum æqualitatem, æquidistabit; ideoque triangulum DGH triangulo DBH ; itidemque triangulum ECI triangulo EBI æquale erit.

ET cum sit AH æqualis HC , erit triangulum ABH æquale triangulo HBC , hoc est triangulum HBC dimidium erit totius dati trianguli rectanguli ABC . Cumque sit AI æqualis IB , triangula item AIC , BIC , æqualia erunt, atque unicum AIC dimi-



dimidium erit eiusdem totius dati trianguli rectanguli ABC .
 RVRSVS, cum angulus DAC aqualis sit angulo BAE (uterque enim est duæ tertiæ unius recti anguli) si ipsis communis addatur CAB , erit, in triangulis DAB , CAE angulus DAB æqualis angulo CAE ; at latera circum ipsos aqualia sunt, utrumque utrique, per suppositionem; quare & triangulum DAB æquale est triangulo CAE , a quibus si æqualia demantur triangula ABH , AIC (nam utrumque ipsorum ostensum est dimidium eiusdem dati trianguli rectanguli) residua erunt aqualia, nempe triangulum DHA , unà cum triangulo DHB , ipsis EIA , EIC æquale erit; sed, vice trianguli DHB , sumpto DHG ipsi æquale (quod ea sint super eadem basi DH & inter easdem parallelas DH , BG) & vice trianguli EIC , sumpto triangulo EIB super eadem basi EI ac inter easdem æquidistantes EI , BC , provenient hinc duo simul triangula DHA , DHG , nempe totum triangulum ADG , duobus simul triangulis inde sumptis EIA , EIB , sive unico triangulo æquilatelo AEB æquale. Quod &c.

CONSIMILI omnino ratione, facta eadem penitus constructione ac supra pro triangulis DCG , CFB , demonstrabitur ipsum triangulum DCG æquale alteri triangulo æquilatelo CFB : quare totum triangulum æquilaterum ADC , super latus AC recto angulo ABC oppositum, duobus simul æquilateris triangulis AEB , CFB , super latera rectum angulum continentia descriptis æquale est. Quod aliter ostendere propositum fuerat.

POSTQVAM verò primos quatuor Elementorum Libros perceperam, quadam alia ex prima huius Theorematis constructione animadverti, levia equidem, at scitu non inincunda, quorum nonnulla Tyrombus tantum Geometris explicare libet, suntque huiusmodi in sequenti figura.

PRIMO. Descriptis Super latera cuiuscunque trianguli rectanguli ABC tribus æquilateris triangulis ADC , AEB , CFB . Dico tres rectas diagonales DB , AF , CE , iungentes vertices triangulorum æqualium laterum cum oppositis angulis trianguli rectanguli, inter se æquales esse; atque omnes, quarta recta EF iungenti vertices minorum triangulorum æqualium laterum.

ESTO itaque duarum diagonalium AF , CE communis sectio punctum I .

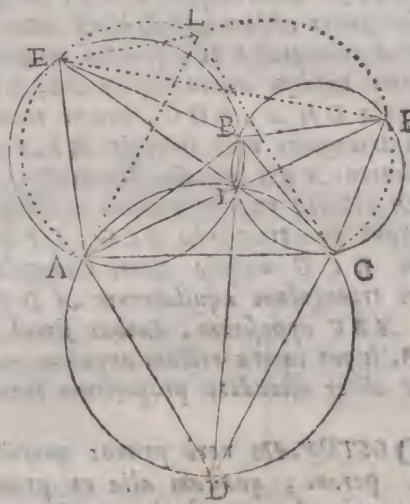
IAM, cum sit angulus EAB aqualis angulo DAC , uterque
 R enim

enim in suo triangulo æquilatelo dua tertia est unius recti, communi addito BAC , erit angulus CAE equalis angulo DAB , latera verò CA , AE æquantur lateribus DA , AB , utrumque utriusque, cum ipsa sint latera triangulorum æqualium laterum; ergo & basis CE basi DB equalis. Eadem ratione in triangulis ACF , DCB ostenditur basis AF equalis eidem DB : quare & CE , AF inter se æquales.

PRÆTEREA, cum omnes simul anguli ad B quatuor rectos constituent, duodecim nempe tertias unius recti, tres autem simul EBA , ABC , CBF conficiant septem tertias eorundem, reliquus EBF erit quinque tertia unius recti, hoc est equalis angulo ABF , qui ex tribus tertijs ABC , & duabus CBF constituitur; suntque latera EB , BF æqualia ipsis AB , BF ; EB nempe ipsi AB , & BF commune, ergo & basis EF basi AF , vel ipsi CB , vel ipsi DB equalis.

SECUNDO. Dico diagonalem DB per punctum I , in quo dua AF , CE se mutuo secant, necessariò transire; hoc est iunctas DI , BI , unam rectam lineam conficere.

IN triangulis enim ABF , EBC , latera AB , BF ; EB , BC sunt æqualia utrumque utrique, & contenti anguli ABF , EBC æquales, uterque ex septem tertijs unius recti compositus, erit reliquus angulus FAB , reliquo CEB equalis: sed in triangulo AEI externus angulus AIC æquatur duobus simul IEA , IAE ; isque duobus IAB , BAE est equalis, atque IAB ostensus nuper est equalis ipsi IEB , ergo externus AIC æquatur tribus BAE , IEA , IEB : sed IEA , IEB æquantur unico BEA , ergo externus AIC duobus simul BAE , BEA equalis est, nimirum quatuor tertijs unius recti: quapropter si circa triangulum æquilatellum ADC fiat circulus $ADCI$, is omnino transibit per I (nam circuli portio minor AIC super latus trianguli æquilatelli insistens capit angulos æquales qua-



tuor tertijs unius recti, cum reliqua maior portio ADC capiat angulos duabus tertijs aequales, & duo simul oppositi anguli in quadrilatero, quod circulo inscribitur, aequales sint duobus rectis). Et quoniam chorda DA aequatur chordae DC , & arcus AD , DC , & anguli AID , DIC super eos constituti, aequales erunt, nempe, uterque duae tertiae unius recti, ergo reliquus AIE , qui cum praedictis AIB , DIC , complet duos rectos, erit quoque duae tertiae unius recti, sed est etiam ABE duae tertiae recti unius, ergo circulus circa triangulum ABE descriptus transit utique per I : sed in portione EAB est angulus EIB aequalis angulo EAB , qui est duae tertiae unius recti, quare & EIB est duae tertiae recti unius, nempe aequalis angulo DIC ; sed EIC est unica recta linea, ergo & DIB erit unica recta, eod quod anguli ad I contraposti, sint aequales. Recta igitur DB transit omnino per I .

TERTIO. Dico sex angulos ad I per tres diagonales constitutos inter se aequales esse. Quod facile patet ex ostensis. Quatuor enim DIC , DIA , AIE , EIB singuli aequales sunt duabus tertijs unius recti, quintus vero, ac sextus CIF , FIB aquantur suis ad verticem AIE , AID , hoc est uterque duabus itidem tertijs unius recti: quapropter sex omnes ad I inter se sunt aequales.

QUARTO. Constat & peripherias circulorum duobus aequilateris triangulis AEB , CFB circumscriptorum necessariò transire per I . Quoniam angulus AIE , qui est duae tertiae unius recti, aequatur angulo ABE , eademque ratione angulus CIF aequalis est angulo CBF .

QUINTO. Patet, manente eadem basi AC trianguli rectanguli ABC (quacunque postmodum fuerint latera AB , BC) omnes occursus I praedictarum trium diagonalium semper reperiri in eodem arcu AIC , qui est triens peripheriae circuli circa maximum triangulum aequilaterum ADC descripti.

SEXTO. Dico vertex triangulorum super latera AB , BC , angulum rectum ABC comprehendentia, quacunque illa sint, dummodo basis AC semper maneat eadem, esse ad peripherias semicirculorum AEL , CEL , quorum diametri sint latera AL , CL trianguli aequilateri ALC , quod super basim AC dati trianguli rectanguli ABC describitur ad partes eiusdem trianguli rectanguli.

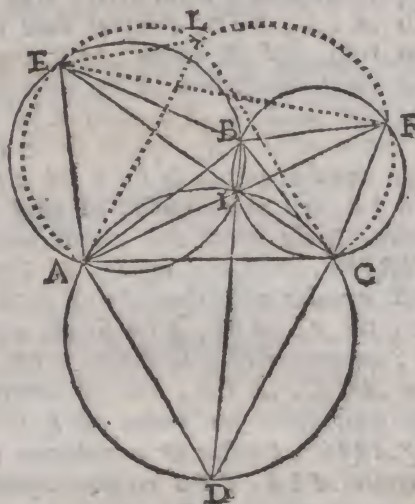
NAM, cum in triangulis aequilateris ALC , AEB , sit angulus CAL aequalis angulo BAE , dempto, vel addito, prout opus fuerit, angulo BAL , proveniet angulus CAB , angulo LAE aequalis, atque est latus CA lateri LA , & latus AB lateri AE aequale: quare, iuncta EL , erit in triangulis CAB , LAE , basis

R 2

CB

CB basi LE equalis, & angulus ABC , angulo AEL , cum equalibus lateribus sint oppositi: sed ABC rectus est, ergo & AEL rectus erit, ac propterea punctum E , vertex trianguli æquilateri AEB , est ad peripheriam semicirculi AEL . Idemque pariter ostendetur de vertice trianguli BFC . Quare patet &c. Sed de his fusiùs aliàs.

SEPTIMO. Ex VI. Prop. Appendicis ad iam editam, Divinationem meam Geometricam de Maximis & Minimis, se se mihi interim obuiam fit punctum I , in quo simul conveniunt tres ipsæ diagonales AF , CE , DB , id esse, cui occurrunt tres rectæ minimam quantitatem efficientes trium iungentium angulos dati trianguli rectanguli ABC , ac minimam quoque trium iungentium vertices D , E , F , descriptorum triangulorum: quoniam unusquisque angulorum AIC , CIB , BIA , ac unusquisque EID , DIF , FIE est quatuor tertiæ unius recti, seu grad. 120: prout requiritur in eadem Prop. prædicta. Appendicis. Quod ultimò &c.



MA di troppo è ecceduto quello di geometrico, ch'io intendeva dar per ora di proprio a richiesta dell'Amico, e per esercizio di Voi Geometri Principianti. Per quello poi, che riguarda a gli altri Studiosi Giovani ancor digiuni della Geometria, conoscendo che quanto poc'anzi io dissi in commendazione di essa non può aver appresso di loro quell'autorità, e quella forza ch'io pur vorrei, per invogliargli ad assaporarla, è risoluto, a fine di più efficacemente stimolarne gli, di aggiugner quì una raccolta di vari luoghi di Sapiantissimi Scrittori, d'onde appariscan loro i sentimenti di stima, e di venerazione, co' quali essi Autori le considerano, come utili non solo, ma eziandio come necessarie al particolar individuo, & alle Repubbliche in universale.

SEN-

SENTIMENTI

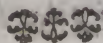
D I

AVTORI ILLVSTRI

INTORNO

ALL'ECCELLENZA, E ALL'VTILITA'

DELLA GEOMETRIA.



IPOCRATE

A Tefalo suo Figliuolo, dalla versione del Foesio.

GEOMETRIAE, & Arithmetices cognitioni Studium adhibeto mi Fili. Neque enim solum vitam tuam gloriosam, & ad multa in rebus humanis utilem, verum etiam mentem acutiorem, & longe splendidiorem ad fructum eorum omnium, quae in Arte Medica usui sunt, consequendum reddet. Quamquam quidem Geometriae cognitio, cum multas, & varias formas habeat, & omnia cum demonstratione ad exitum perducit, tum ad ossium positus & articulos suis sedibus emotos, tum etiam ad reliquam membrorum compositionem, utilis futura est. Nam ad horum affectuum variam cognitionem facilius perveniet, tum etiam articulorum repositione, tum ossium contritorum resectione, & perforatione & coaptatione, & subtractione, reliquaque curatione ductus, qui locum, & os quale sit ex eo emotum cognoverit. Numerorum vero series, tum ad ambitus, tum ad eas mutationes, quae praeter rationem in febribus fiunt, & ad iudicandos Aegros, & ad morborum securitatem satis futura est. Praclarum enim est id tibi in Re medica subministrari, quod intensiois ac remissionis partium, quae ex parte inaequales sunt facilius tibi absque errore notitiam praebet. Quapropter ad huius experientiae facultatem valde contendito. Vale.

PLA-

PLATONE

Nel Lib. VII. della Repubblica, dalla versione di Marsilio Ficini.

GEOMETRIA, eius, quod est semper, non eius, quod, & oritur quandoque, & interit cognitio est. Attollet igitur, o Generose Vir, ad Veritatem animum, atque ita ad philosophandum praparabit cogitationem, ut ad supera convertamus, quæ nunc, contra quàm decet, ad inferiora deiicimus. Quàm maximè igitur prædipiendum est ut, qui præclarissimam hanc habitant Civitatem, nullo modo Geometriam spernant; nam, & quæ præter ipsius propositum quodammodo esse videntur; haud exigua sunt; &c.

Qui vi più a basso.

QVA'M dulcis Vir es? nempe vereri videris ne multi reputent inutiles Disciplinas Mathematicas inducere. Est autem non leve istud, sed difficilè admodum persuadere, quod ex huiusmodi Disciplinis instrumentum quoddam cuiusque animi repurgatur, reviviscitque, quod ante ex alijs studijs infectum, occæcatumque fuerat, cum potius id servandum sit quàm oculorum corporis decem millia. Solo enim hoc inspicitur Veritas.

Lo stesso luogo, dalla versione di Teone Smirneo Platonico tradotto per la prima volta dal greco in latino, e con dottissime note illustrato dall'Eminente Astronomo, e Matematico Ismaele Bulialdo.

LEPIDE agis cum formidare videris ne tibi inutiles Scientias Mathematicas proponam. Non ineptè equidem, sed non facilè quis crediderit, hisce Scientijs, seu instrumentis, repurgari animæ oculos singulorum hominum, atque novo igne reviviscere caliginè obductos, & extinctos ab alijs exercitijs; & studijs, quos maximi interest servari, ac potius quàm mille oculos corporeos; illis enim solis animi oculis Veritatem inueniuntur.

Nell' Epinomide, dalla versione del Ficini.

NOLITE ignorare Astronomiam sapientissimum quiddam esse. Nempe necesse est verum Astronomum esse, non cum,

enim, qui secundum Hesiodum, omnesque huiusmodi, orcalum ortumque consideret, sed eum potius, qui circuitus octo, & quodammodo septem sub primo versentur, quove ordine circules suos singuli peragant. Quod, nulla Natura, nisi mirabilis sit, facile unquam inspiciet, ut modò diximus, ac dicendus, declarantes, quid oporteat, & quomodo oporteat discere. Primò itaque id dicatur, quod Luna celerrimè circulum suum evoluit, atque ita plenilunium primum, ac mensem peragit. Sol deinde inspicendus est, qui solstitia, versionesque temporum circuitu efficit suo; præterea, & qui una cum Sole currunt considerandi. Denique, ne eadem eisdem sapius differamus, cursus omnes, quos paulò ante tetigimus, quive non facile intelliguntur, contemplari debemus, ita ut Naturæ, prius doctrinis ad hæc pertinentibus longo usû, laboreque a Inventâ, immo verò, & a Pueritiâ præparentur. Quæ circa Doctrinis, quæ Mathematicæ appellantur, opus est. Primò verò, ac maximè, numeris; non ijs dico numeris, qui corpus habent, sed, qui omnem parit, imparisque generationem, atque virtutem, quam ad perficiendam, cognoscendamque rerum naturam conferunt. Quibus perceptis, illam deinceps, quam ridiculè Geometriam appellant, discenda est. Numerorum verò inter se natura dissimilium similitudo ad planorum partem relata clarescit. Quod quidem non humanum, sed divinum miraculum, si quis planè intelligat, videatur oportet. Post hanc numeri, qui in tres usque dimensiones adaudi sunt, naturæ solidæ similes, ac rursus dissimiles alia quadam arte, Stereometria videlicet huic simili, considerandi sunt: sed hanc quoque, qui in ea obiter versati sunt, Geometriam nominaverunt. Illud autem mirum, divinumque intelligentibus est &c.

Nel medesimo luogo più sotto.

HAEC igitur ita fiant, & ita se habeant. Horum finis est ut ad Divinam generationem, & eorum, quæ cernuntur oculis, pincherrimam, Divinamque Naturam considerandam nos conferamus, quatenus hanc Hominibus inspicendam DEVS largitus est, quam nunquam sine dictis Artibus (Mathematicis nempe) assequemur &c.

Qui pure più a basso.

VNVM enim horum omnium intelligendi vinculum apparuit. Qui verò aliter hæc adipisci audet, fortunam, ut dicimus

cimus, invocet. Nunquam enim absque his Natura in Civitatibus ulla felix efficietur. Etenim hic modus est, hæc educatio, hæc Disciplina. Per hæc itaque, siue facilia, siue difficilia sint, eundem. Nefas autem est Deos negligere, cum felix omnium illorum doctrina omnibus recta ratione patuerit. Eum sanè, qui cuncta hæc ita percepit, verè Sapientissimum appellamus.

QVINTILIANO

*Nel Libro primo dell' Istituzione Oratoria,
Al Capitolo X.*

IN Geometria, partem fatentur esse utilem teneris ætatibus; agitari namque animos, atque acui ingenia, & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse eam non ut ceteras artes cum perceptæ sint, sed cum discatur exillimant. Id vulgaris opinio est, nec sine causa summi Viri etiam impensam huic Scientiæ operam dederunt. Nam cum sit Geometria divisa in numeros, atque formas &c.

PROCLO DIADOCO

Filosofo Platonico, e Matematico, nel primo Libro sopra il primo di Euclide, al Cap. VIII. dalla versione del Barocci.

AD Philosophiam Moralem nos Mathesis instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordinem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus sanè Atheniensis etiam hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutum insuper rationes in medium affert, aliter quidem in numeris, aliter verò in figuris, aliter autem in musicis consonantiis; vitiorumque demum excessus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ordinatque efficitur. Et idcirco Socrates, in Gorgia, Calicem inordinatæ, intemperatæque vitæ accusans, Geometriam, inquit, ac geometricam æqualitatem negligis &c.

Nel

Nel I. Libro, al Cap. XV.

HEAC itaque Mathesis est, five Disciplina, quæ externarum in anima rationum reminiscencia est: & Mathematica (hoc est disciplinativa Scientia, ut sic exponam) propter hanc ea cognitio potissimum nuncupatur, quæ nobis ad earum rationum reminiscenciam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huius Scientiæ quale porro sit, a nomine fit manifestum. Id nempe, quod insitam movet cognitionem, & promit formas, quæ nobis secundum essentiam insunt, & aufert oblivionem, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu nostro innatæ sunt: & solvit vincula, quæ ab irrationabilitate proveniunt, ad DEI planè similitudinem, huius Scientiæ Præsidis, qui intelligentia munera manifestat, & cuncta divinis rationibus complet: animas quoque ad mentem erigit, ac veluti è profundo exulcat sopore, & inquisitione ad se ipsas convertit, & obfreticatione quadam perficit, puræque mentis inventionem ad vitam beatam deducit.

TEONE SMIRNEO

Nell'Esposizione di ciò, che appartiene all'intelligenza delle cose Matematiche di Platone, al Cap. I. dalla versione del dottissimo Bulialdo.

ERATHOSTENES in Libro, cui Platonico nomen imposuit refert, postquam Delios super pestis liberatione interrogantes, oraculo dato, iussisset DEVS ALTARE DVPLVM eius, quod tunc erat erigere, multam Fabris, ingentemque obiectam animi anxietatem querentibus. Quomodo oporteat solidum solidi dati duplum efficere. Ipsosque adiisse Platonem de hoc Problemate interrogaturos, huncque eis respondisse, quòd DEVS eiusmodi Oraculum Delijs ediderit, non quasi dupli Altaris egenus; sed obiecerit Græcis, & exprobraverit, circa Mathematicas Scientias & Geometriam, neglectum, atque socordiam.

Più sotto. NOS Pueros erudimus in Musica, Gymnastica, Literis, Geometria, & Aritmetica, nihil aliud molientes, quàm vt concipiant (veluti tineturam) rationes de omni virtute quam didicerint, vbi prævias deterfiones, purgationes, aliasque præparationes,

S

nes,

nes, has nempe Disciplinas, quasi quædam adstringentia medicamenta, adhibuerimus; ut indelebilis sententia illorum vigeat, cum indolem, & educationem commodam nacti fuerint, nè strigmenta illa abstersina; colorem, tincturamque abradant, voluptas scilicet omni periclititate, & consuetudine periculosior, dolor etiam, metus, & cupiditas alio quous strigmento magis corrosiva.

Illustrazione ingegnosa del luogo soprariferito, presa dalle Note eruditissime del Bulialdo.

QUEMADMODVM igitur lanas præparant Tinctores alumine eas repurgando, & condensando, ita Philosophus animos Discipulorum suorum præparat repurgando ipsos ab omnibus præconceptis prauis, distortisque opinionibus, instituendoque Disciplinis Mathematicis, ut alia Philosophica dogmata faci ius, & ad satietatem imbibant, & firmissimè retineant, nec se praua mente abripi vnquam patiantur.

Il medesimo Teone più a basso.

PRIMVM enim quadam purificatione ab ineunte pueritia, utendum, exercitatione nimirum in Disciplinis Mathematicis convenientibus. Sic enim Empedocles. *Oportet sordibus mundari haurientem puro are ex quinque fontibus.* Plato verò ex quinque Disciplinis Mathematicis ait purgationem petendam esse; Arithmetica scilicet, Geometria, Stereometria, Musica, & Astronomia.

SEVERINO BOEZZIO

Nel Primo Lib. dell' Arimmetica, al Cap. I.

QVIBVS quatuor, Arithmetica nempe, Geometria, Musica, & Astronomia, si careat Inquisitor, Verum invenire non possit, ac sine hac quidem speculatione Veritatis nulli rectè sapiendum est. Est enim Sapientia, earum rerum, quæ veræ sunt cognitio, & integra comprehensio. Quòd hæc qui spernit, idest, has semitas Sapientia, ei denuncio non rectè philosophandum. Siquidem Philosophia est Amor Sapientia &c.

IL

IL CARDINALE NICCOLO' DI CVSA

Alla sua Opera de' Compimenti Matematici dedicata alla Santità di PAPA NICCOLO' V. promette la seguente Lettera.

TANTA est potestas summi tui Pontificatus NIC. V. PATER BEATISSIME, ut per eos, qui vim eius attentè consideraverunt, assimiletur potentia quadrandi rotundum, & quadratum circulandi, quasi maior illa dari non possit. Verùm, cum in te non tantum Primatus sit clavis, & potestas Scientiæ, supremæque Hierarchiæ Ecclesiæ, sed velut perfectus Magister omnium scibilium ex tuo felicissimo ingenio incomparabilis notitiæ esse iudicaris ab omnibus, id magnificentissimè effecisti, ut omnium, tam Græcorum, quam Latinorum scripta, quæ reperiri queunt, tua mirifica diligentia in omnium nostram notitiam accuratissimè pervenerint. Ita ut etiam Geometrica non neglexeris; quæ sanè omni honore digna a Maioribus nostris habita fuerunt. Tradidisti enim mihi proximis diebus MAGNI ARCHIMEDIS GEOMETRICA GRÆCE TIBI PRÆSENTATA, ET TVO STUDIO IN LATINUM CONVERSA, quæ mihi tam admiranda visa sunt, ut circa ipsa non nisi magna cum diligentia versari potuerim; ex quo id effectum est ut meo studio, & labore complementum aliquod illis addiderim; quod, TVÆ SANCTITATI offerre decrevi. Solum enim te dignum scio, ut quæ a Sæculo incognita remanserunt, per te cunctis patefiant, & non tantum scibilia, quæ semper circa quæstam circuli quadraturam versari consueverunt; sed, & quæ in omni Mathematica perfectione præstant complementum, ex his ipsis meo iudicio perfectè consequi possint.

MAGNA equidem Christianorum Geometrarum gloria! Heroicus, immo Sacer ipsiusmet Geometriæ Triumphus, de quo altum, & miror, undeque silentium!

GEOMETRARVM PRINCIPS, de cuius sola, conspulti tandem sepulcri inventionem Romana eloquentia Princeps tantopere gloriatur, latina Europa multis iam sæculis intermortuus, ac per duodeviginti ferè græcè locutus, nunc, opera, doctrina, studio, MAXIMI CHRISTIANI ORBIS PRINCIPIS reviviscit, sacroque ex ore tanti Romani Pontificis Romano sermone loqui primum incipit.

DE alijs Sanctissimi NICOLAI V. eruditis huiusmodi versionibus te-

S 2

stantur

*stantur quoque postrema carmina Epitaphij sepulcro illius superad-
diti, extante Roma in Basilica Divi Petri, vbi*

*Attica Romana complura volumina lingue
Prodidit; en tumulo fundite thura sacro.*

GIO: BATISTA BENEDETTI

*Nobil Veneziano Filosofo, e Matematico di gran nome,
nella sua Prefazione al Libro degli Orivnoli.*

SI quæ autem sunt Disciplinæ, quæ speculationis excellentia, tractationis iucunditate, atque usus utilitate præsent, hæc profectò sunt Mathematicæ, per quas, & Divinas operationes intelligimus, & præstantissimum rerum Opificem emulamur, dum sicut ille naturalium, nos artificialium rerum Authores efficimur. Harum usque adeo Hominibus conveniunt, ut vel ex his Homines ipsi an verè sint dignoscantur. Vnde Aristippus Cyrenaicus ex naufragio in Rhodiorum litus excussus, vbi Mathematicas vidit in pulvere figuras, gaudio gestiens, prostratus fectur, quod vestigia Hominum cognovisset &c.

IL P. CRISTOFANO CLAVIO

*Matematico celebratissimo dell'inclita Compagnia di Gesù, nella sua
Prefazione a gli Elementi d'Euclide, al Cap. IV.*

QVONIAM Disciplinæ Mathematicæ de rebus agunt, quæ absque ulla materia sensibili considerantur, quamvis re ipsa materiæ sint immersæ, perspicuum est eas medium inter Metaphysicam, & naturalem Scientiam obtinere locum, si subiectum earum consideremus, ut rectè a Proclo, Platone Duce, probatur. Methaphysices etenim subiectum ab omni est materia seiunctum, & re, & ratione: Physices verò subiectum, & re, & ratione, materiæ sensibili est coniunctum. Vnde cum subiectum Mathematicarum Disciplinarum extra omnem materiam consideretur, quamvis re ipsa in ea reperiatur, liquidò constat hoc, medium esse inter alia duo. Si verò nobilitas, atque præstantia Scientiæ ex certitudine demonstrationum, quibus utitur, sit iudicanda, haud dubiè

dubiè Mathematicæ Disciplinæ inter cæteras omnes præcipuum habent locum. Demonstrant enim omnia, de quibus suscipiunt disputationem, firmissimis rationibus, confirmantque, ita ut verè Scientiam in Auditoris animo gignant, omnemque prorsus dubitationem tollant; id quod alijs Scientijs vix tribuere possumus, cum in eis sæpenuerò intellectus multitudinem opinionum, ac sententiarum varietate, in veritate conclusionum iudicanda suspensus hæreat, atque incertus. * Huius rei fidem apertè faciunt tot Peripateticorum Scæ (ut alios interim Philosophos silentio involvam) quæ ab Aristotele, veluti rami è trunco aliquo, exortæ, adeo & inter se, & nonnunquam a fonte ipso Aristotele dissident, ut prorsus ignores, quid nam sibi velit Aristoteles, num de nominibus, an de rebus potius disputationem instituat. Hinc fit, ut pars Interpretes Græcos, pars Latinos, alij Arabes, alij Nominales, alij denique Reales, quos vocant (qui omnes tamen Peripateticos se esse gloriantur) tanquam Duces sequantur. Quod, quàm longè a Mathematicis demonstrationibus absit, neminem latere existimo. Theoremata enim Euclidis, cæterorumque Mathematicorum, eandem hodie, quam ante tot annos, in Scholis retinent veritatis puritatem, rerum certitudinem, demonstrationumque robur, ac firmitatem. Huc accedit id, quod Plato ait in Philebo, seu Dialogo, qui de summo bono inscribitur, eam Scientiam esse digniorem, præstantioremque, quæ magis sinceritatis, veritatisque est æmans. Cum igitur Disciplinæ Mathematicæ Veritatem adeo expectant, adamant, excolantque, ut non solum nihil, quod sit falsum, verum etiam nihil, quod tantum probabile existat, nihil denique admittant, quod certissimis demonstrationibus non confirmet, corroborentque, dubium esse non potest, quin eis primus locus inter alias Scientias omnes sit concedendus.

* **PERRARA** profectò, non minùs quàm sincera confessio Peripateticam Philosophiam Profitentis: a singulis tamen Philosophis, qui ad instar huius optimi Viri Geometricam nouerint veritatem, contrèstarentque, semper audienda, nunquam è contra ab Ageometris (quos Plato ex Academia reiicere consueuerat) expectanda. Id enim peculiare Geometria munus est, quod ipsa imbuti, de naturali Philosophia se nihil scire ingenuè, ac liberè fateantur, dum alij, qui, illotis, ut aiunt, pedibus, Geometria videlicet orbat, repente ad Philosophiam accedunt, omnia penitus, quæ ad Physicam spectant se scire putant, atque in his animitus, scilicet, ut verius dicam,

Ecclesiastes
Cap. III.

cam, audacia nimia gloriantur, mirabilium DEI effatorum immemores, quod nempe Mundum tradidit disputationi eorum, ut non inueniat homo opus, quod operatus est DEVS ab initio usque ad finem.

SECVS autem evenit de Mathesios obiectis, Mensura scilicet, Numero, ac Pondere, in quibus (duntaxat) DEVS omnia disposuit, quique a Planimetria, ac Stereometria (utraq; Geometria nomine perperam appellata) ab Astronomia (mensuris, ac numeris alligata) atque a Statica (de ponderum momentis agente) firmissimis demonstrationibus pertrahantur: in his enim luce clarius, patet placuisse Veritatem DEO ex innumeris suis, immo infinitis, quasdam paucas posse Homines assequi veritates, ac reliquis aperire, ut singuli sint memores DEI, & benedicant eum in omni tempore, in veritate, & in tota virtute sua.

Tobias
Cap. XIV.

Il medesimo P. Clavio, più sotto.

AD has omnes utilitates accedit maxima iucunditas, atque voluptas, qua cuiusque animus his Artibus colendis, exercendisque perfunditur. Sunt enim hæ præcipue, ex septem Artibus liberalibus, in quibus non solum ingenui Adolescentes, verum etiam nobiles Viri, Principes, Reges, ac Imperatores ad honestissimam, maximèque liberalem oblectationem animi, quam summa etiam cum utilitate coniunctam pariunt, diu, multumq; versari solebant: quorum exemplum multos adhuc nostra hæc ætate imitari conspiciamus.

IL P. D. BENEDETTO CASTELLI

*Discepolo del Galileo, nelle Risposte all'Opposizioni di Lodo-
vico delle Colombe, contro al Trattato delle Galleg-
gianti, del medesimo Galileo.*

SE il Galileo à dell'opinioni diverse dalle comuni, ciò è nato dall'aver egli per lunghe osservazioni conosciute queste mal fondate, & inabili a sciorte le difficoltà, che nascono circa le cause degli effetti di Natura, e dal non voler mantener sempre sottopo-
sta

sta la libertà del discorso all'autorità delle nude parole di questo, o di quell'Autore, uomo di sensi, e di cervello simile a molti altri figliuoli della Natura: e però dopo l'averli impennate l'ali con le penne delle Matematiche, senza le quali è impossibile sollevarsi un sol braccio da terra, a tentato di scoprire almeno qualche particella degli infiniti abissi della Scienza naturale, la quale egli stima tanto difficile, & impenetrabile, che concedendo lui molti uomini particolari aver saputo perfettamente chi una, e chi un'altra, e chi più d'una dell'altre facultadi, crede poi, che tutti gli uomini insieme stati al Mondo fin'ora, e che faranno per l'avvenire, non abbiano saputo, nè forse sieno per sapere una piccola parte della Filosofia naturale.

IL GALILEO

Nel Saggiatore.

PARMI di scorgere in alcuni ferma credenza, che nel Filosofare sia necessario appoggiarsi all'opinioni di qualche celebre Autore, sicchè la mente nostra, quando non si maritasse col discorso d'un'altro, ne dovesse in tutto rimanere sterile, ed infertile; e forse stimano che la Filosofia sia un libro, e una fantasia d'un uomo, come l'Iliade, e l'Orlando furioso, libri, ne quali la meno importante cosa è che quel che vi è scritto sia vero. Ma la cosa non istà così. La Filosofia è scritta in questo grandissimo libro, che continuamente ci sià aperto innanzi a' gli occhi (io dico l'Univerſo) ma e' non si può intender se prima non s'impara a'ntender la lingua, nella quale egli è scritto. Egli è scritto in lingua Matematica, & i caratteri sono Triangoli, Cerchi, & altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile intenderne umanamente parola; senza questi è un'aggirarsi vanamente per un oscuro Laberinto.

Il GALILEO nel fine d'una sua Postilla ad alcune Esercitazioni Filosofiche d'Antonio Rocco, fatte in difesa d'Aristotile.

TANTO basti per ora aver notato sopra queste poche conclusioni d'Aristotile, e vostre, tra le moltissime attenenti al moto

moto locale . E dopo che avrete, Signor Rocco , ben bene esaminati, ponderati, e paragonati insieme i vostri discorsi co' miei, e ridottovi a memoria il detto verissimo del Filosofo, che, *ignorado motu ignoratur Natura*, giudicate con giusta lance qual de' due modi di filosofare cammini più a segno, o 'l vostro fisico, puro, e semplice bene, o 'l mio condito con qualche spruzzo di Matematica, e nello stesso tempo considerate chi più giudiziosamente discorreva, o Platone nel dir che senza la Matematica non si poteva apprender la Filosofia, o Aristotile nel tassar' il medesimo Platone, per troppo studioso della Geometria.

Il GALILEO, nella prima Giornata de due Sistemi.

Salv. CIRCA' al secondo punto, io mi maraviglio che v'abbiate bisogno che il Paralogismo d'Aristotile vi sia scoperto, essendo per se stesso tanto manifesto; e che voi non v'accorgiate che Aristotile suppone quello che è in questione; però notate.

Simpl. DI grazia Sig. Salviati parlate con più rispetto d'Aristotile. E a chi potrete voi persuader giammai, che quello che è stato il primo, unico, & ammirabile esplicatore della forma filogistica, delle Dimostrazioni, degli Elenchi, de' modi di conoscere i Sofismi, i Paralogismi, & in somma di tutta la Logica, equivocasse poi sì gravemente in suppor per noto quello, che è in questione? Signori bisogna prima intenderlo perfettamente, e poi provarsi a volerlo impugnare.

Salv. SIGNOR Simplicio, noi siamo qui tra noi discorrendo familiarmente per investigare qualche verità; io non avrò mai per male che voi mi palesiate i miei errori, e quand'io non avrò conseguita la mente d'Aristotile, riprendetemi pur liberamente, ch'io ve ne avrò buon grado. Concedetemi in tanto ch'io esponga le mie difficoltà; e ch'io risponda ancora alcuna cosa alle vostre ultime parole, dicendovi, che la Logica, come benissimo sapete, è l'Organo, col quale si filosofa; ma siccome può esser ch'un Artefice sia eccellente in fabbricar Organi, ma imperito in saperli sonare, così può esser un gran Logico, ma poco esperto nel saperli servire della Logica: siccome ci son molti che fanno per lo senno a mente tutta la Poetica, e son poi infelici nel comporre quattro versi solamente: altri posseggono tutti i precetti del Vinici, e non saprebbero poi dipignere uno sgabello. Il sonar l'Organo

no non s'impára da quelli che fanno far Organi, mà da quelli che gli fanno sonare: la Poesia s'impára dalla continua Lettura de' Poeti: il dipignere s'apprende col continuo disegnare, e dipignere: e il dimostrare, dal continuo studio de' libri pieni di Dimostrazioni, che son poi i libri Matematici soli, e non i Logici. Ora tornando al proposito, &c.

Il GALILEO nella seconda Giornata.

Dopo aver il Salv. addotto una Dimostrazione Fisica Matematica intorno ad un supposto effetto Fisico, soggiugne così il

Sagr. VERAMENTE il discorso è molto sottile, ma altrettanto concludente; & è forza confessare ch'il voler trattare le quistioni Naturali senza Geometria, è un tentar di far quello, che è impossibile ad esser fatto.

Il GALILEO nella terza Giornata.

Interrogato Simpl. dal Sagr. di quello gli paia d'un discorso Fisico Matematico fatto, ex hypothesi, dal Salv. così risponde

Simpl. QUESTE, (s'io devo dire il parer mio con libertà) mi paiono di quelle sottigliezze geometriche, le quali Aristotele riprende in Platone, mentre l'accusa che per troppo studio della Geometria si scostava dal saldo filosofare: & io ò conosciuto, e sentiti grandissimi Filosofi Peripatetici sconsigliare i lor Discepoli dallo studio delle Matematiche, come quelle, che rendono l'intelletto cavilloso, & inabile al ben filosofare; istituendo diametralmente contrario a quello di Platone, che non ammetteva alla Filosofia se non chi prima fosse impossessato della Geometria.

Salv. APPLAVDO al consiglio di questi vostri Peripatetici di distorre i loro Scolari dallo studio della Geometria, perchè non ci è Arte alcuna più accomodata di questa per iscoprire le fallacie loro; ma vedete quanto cotesti sieno differenti da' Filosofi Matematici, i quali assai più volentieri trattano con quei, che bene sono informati della comune Filosofia Peripatetica, che con quei,

T

che

che mancano di tal notizia, i quali, per tal mancamento, non possono far paragone tra dottrina, e dottrina.

Il GALILEO nella prima Giornata.

Sagr. **E**STREMA temerità m'è parsa sempre quella di coloro, che voglion far la capacità umana misura di quanto possa, e sappia far la Natura; dove che all'incontro e non è effetto in Natura, per minimo ch'è sia, all'intera cognizione del quale possano arrivare i più speculativi ingegni. Questa così vana presunzione d'intender il tutto, non può aver principio da altro che dal non aver inteso mai nulla; perchè quando altri avesse sperimentato una volta sola a'ntender perfettamente una sola cosa, & avesse gustato veramente come è fatto 'l sapere, conoscerebbe come dell'infinità dell'altre conclusioni niuna ne intende.

Salv. CONCLVDENTISSIMO è il vostro discorso, in confermazione del quale abbiamo l'esperienza di que', ch'intendono, o anno'nteso qualcosa, i quali, quanto più sono Sapienti, tanto più conoscono, e liberamente confessano di saper poco; & il Sapientissimo della Grecia, e per tale sentenziato dagli Oracoli, diceva apertamente conoscer di non saper nulla.

Simpl. CONVIEN dunque dire, o che l'Oracolo, o che lo stesso Socrate fosse bugiardo, predicandolo quello per Sapientissimo, e dicendo questo di conoscersi Ignorantissimo.

Salv. NON ne seguita nè l'un nè l'altro, essendo che ambedue i Pronunziati possono esser veri. Giudica l'Oracolo Sapientissimo Socrate sopra gli altri uomini, la sapienza de' quali è limitata. Si conosce Socrate non saper nulla in relazione alla sapienza assoluta, che è infinita: e perchè dell'infinito, tal parte n'è il molto, che'l poco, e che'l niente (perchè per arrivar, per esempio, al numero infinito, tanto è l'accumular migliaia, quanto decine, e quanto zeri) però ben conosceva Socrate la terminata sua sapienza esser nulla all'infinita che gli mancava. Ma perchè pur tra gli uomini si trova qualche sapere, e questo non ugualmente comparito a tutti, potette Socrate averne maggior parte de' gli altri, e perciò verificarsi 'l responso dell'Oracolo.

Sagr. PARMI d'intender benissimo questo punto. Tra gli uomini, Signor Simplicio, è la potestà di operare, ma non egualmen-

te

te posseduta da tutti: e non è dubbio, che la potenza d'un Imperadore è maggior assai che quella d'una Persona privata, ma, e questa, e quella è nulla, in comparazione dell'ONNIPOTENZA DIVINA. Tra gli uomini vi sono alcuni ch'intendon meglio l'Agricoltura, che molti altri; ma il saper piantar un fermento di vite in una fossa, che à che fare col saperlo far barbicare, attrarre 'l nutrimento, da quello scerne quella parte buona per farne le foglie, quest'altra per formarne i viticci, quella per i grappoli, quell'altra per l'uva, & un'altra per i ficcini, che son poi l'opere della Sapientissima Natura? Quella è una sola opera particolare delle innumerabili che fa essa Natura, & in questa sola si conosce un infinita sapienza; talchè si può concludere, IL SAPER DIVINO ESSER INFINITE VOLTE INFINITO.

Salv. ECCONE un altro esempio. Non diren noi che'l sapere scoprire in un marmo una bellissima Statua à sublimato l'ingegno del Buonarruoti assai sopra gli ingegni comuni degli altri uomini? e quest'opera non è altro che imitare una sola attitudine, e disposizione di membra esteriore, e superficiale d'un uomo immobile: ma però che cosa è in comparazione d'un uomo fatto dalla Natura, composto di tante membra esterne, & interne, de' tanti muscoli, tendini, nervi, ossa, che servono a' tanti, e sì diversi movimenti? che diremo de' sensi, delle potenze dell'anima, e finalmente dell'intendere? Non possiamo noi dire, e con ragione, la fabbrica d'una statua cedere d'infinito intervallo alla formazione d'un uomo vivo, anzi anco alla formazione d'un vilissimo verme?

Sagr. E qual differenza crediamo che fosse tra la Colomba, d'Archita, & una della Natura?

Simpl. O io non sono un di quegli uomini ch'intendano, o'n questo vostro discorso è una manifesta contradizione. Voi tra i maggiori encomi, anzi pure per il massimo di tutti, attribuite all'uomo fatto dalla Natura, questo dell'intendere, e poco fa dicevi con Socrate che 'l suo 'ntender non era nulla: adunque bisognerà dire, che nè anco la Natura abbia 'nteso 'l modo di far un intelletto ch'intenda.

Salv. MOLTO acutamente opponete; e per rispondere all'obiezione convien ricorrere ad una distinzione Filosofica, dicendo, che l'intendere si può pigliare in due modi, cioè, *intensivè*, ovvero *estensivè*; e che *estensivè*, cioè, quanto alla moltitudine degli intelligibili, che sono infiniti, l'intender umano è come nullo,

T z

quan-

quando bene egli intendesse mille *milioni* di proposizioni, perchè un tal numero, rispetto all'infinità, è come un zero: ma pigliando l'intender intensivè, in quanto cotal termine importa intensivamente, cioè perfettamente alcuna proposizione, dico, che l'intelletto umano ne intende alcune così perfettamente, e ne à così assoluta certezza, quanta se ne abbia l'istessa Natura, e tali sono le Scienze Matematiche pure, cioè la Geometria, e l'Aritmetica; delle quali l'INTELLETTO DIVINO ne fa bene infinite proposizioni di più, perchè le fa tutte; ma di quelle poche intese dall'intelletto umano credo che la cognizione agguagli la DIVINA nella certezza obiettiva, poichè arriva a comprenderne la necessità, sopra la quale non par che possa esser sicurezza maggiore.

Simpl. QUESTO mi pare un parlare molto risoluto, e ardito.

Salv. QUESTE son proposizioni comuni, e lontane da ogni ombra di temerità, o d'ardire, e che punto non detraggono di Maestà alla DIVINA SAPIENZA; siccome niente diminuisce la sua Onnipotenza il dire, che IDDIO non può fare che'l fatto non sia fatto; ma dubito Signor Simplicio che Voi pigliate ombra per essere state ricevute da Voi le mie parole con qualche equivocazione; però, per meglio dichiararmi, dico, che quanto alla verità, di che ci danno cognizione le Scienze Matematiche, ell'è l'istessa, che conosce la SAPIENZA DIVINA, ma vi concederò bene che'l modo, col quale IDDIO conosce l'infinita proposizioni, delle quali noi conosciamo alcune poche, è sommamente più eccellente del nostro il quale è *finito*, e procede con discorsi, e con passaggi da conclusione, in conclusione, dove l' suo è *infinito*, e d'un semplice intuito; e dove Noi, per esempio, per guadagnar la scienza d'alcune passioni del Cerchio, che ne à infinite, cominciando da una delle più semplici, e quella pigliando per sua definizione, passiamo con discorso ad'un'altra, e da questa alla terza, e poi alla quarta, &c. L'INTELLETTO DIVINO, con la semplice apprensione della sua essenza, comprende senza temporaneo discorso tutta l'infinità di quelle passioni; le quali anco poi in effetto virtualmente si comprendono nelle definizioni di tutte le cose, e che poi finalmente per esser infinito, forse sono una sola nell'essenza loro, e nella MENTE DIVINA: il che nè anco all'Intelletto umano è del tutto 'ncognito, ma ben da profonda, e densa caligine adombrato; la quale viene in parte assottigliata, e chiarificata, quando ci siamo fatti padroni d'altre conclusioni fermamente dimostrate, e tanto speditamente possedute da Noi, che

tra esse possiamo velocemente trascorrere: perchè in somma, che altro è l'esser, nel triangolo, il quadrato del lato opposto all'angolo retto eguale agli altri due, che gli sono 'ntorno, sennon l'esser i parallelogrammi sopra base comune, e tra le parallele, tra loro uguali? E questo non è egli finalmente il medesimo, che esser'eguali quelle due superficie, che adattate insieme non si avanzano, ma si racchiuggono dentro al medesimo termine? Hor questi passaggi, che l'Intelletto nostro fa con tempo, e con moto di passo 'n passo, l'INTELLETO DIVINO a guisa di luce trascorre in un istante, ch'è l'istesso, che dire, gli è sempre tutti presenti.

Concludo per tanto, l'intender nostro, e quanto al modo, o quanto alla moltitudine delle cose 'ntese, esser d'infinito intervallo superato dal DIVINO; ma non però l'avvilisco tanto ch'io lo reputi assolutamente nullo;

anzi quand'io vò considerando quante, e quanto maravigliose cose anno intese, investigate, & operate gli uomini, pur troppo chiaramente conosco io, & intendendo esser la Men-

te umana.

Opera di

DIO

e delle più eccellenti.

IL FINE!



Il Signor Michel Roti veda se nella presente Opera sia cosa che repugni alla Fede Cattolica, e buoni Costumi, e riferisca. Dato, &c. questo dì 14. Agosto 1674.
Aless. Pucci V. G. F.

Per ordine di V. S. Illustrissima, e Reverendissima ò letto, e considerato la presente Opera, nella quale non solamente non ò ritrovato cos'alcuna, che repugni alla Fede Cattolica, e a' buon' costumi; ma portando essa in fronte il nome celebre del Galileo, e contenendo Dottrina irrefragabile son' certo, che sarà grata, e utile agli Studiosi delle Matematiche. Questo dì 21. Agosto 1674.

Si Stampi osservati gli ordini.
Aless. Pucci V. G. F.

) Michele Roti, &c.

Il M. Rev. P. Maestro Evang. Tedaldi dell'Ordine de' Servi Consultore del S. Offizio di Firenze, &c. veda, e riferisca.
F. Costanzo Vicario del S. Offizio di Firenze, &c.

Attesto à V. P. Reverendiss. che la presente Opera del Sig. Vincenzio Viviani, non contiene cosa che sia contraria a' Sacri Canoni, nè alle Istituzioni Cristiane, ma si bene è ripiena d'eruditissimi Matematici insegnamenti, &c. 30. Settembre 1674.

F. Evang. Tedaldi Servita Consult. &c.

Attesa la sopraddeita attestazione si stampi in Firenze, &c.
F. Costanzo Vicario del S. Offizio di Firenze.

Matteo Mercati Avvocato, d'ordine di S. A. S.

005266591

re-
Te.

con-
pato
ma
Dot-
diosi

Te.

nsul-

io Vi-
ille
natici

Te.

